Formelsammlung

Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Theoretische Wahrscheinlichkeit	$p(A) = \frac{\text{Anzahl günstiger Ereignisse}}{\text{Anzahl möglicher Ereignisse}}$	
Empirische Wahrscheinlichkeit (Relative Häufigkeit)	$p(A) = \frac{f(A)}{n}$	$f(A)$ = Häufigkeit des Ereignisses A n = Anzahl aller Ereignisse

Deskriptive Statistik

Skalenniveaus		Zulässige Transformationen:
Nominalskala	$= ; \neq$	- jede, die Gleichheit und Unterschiedlichkeit erhält
Rangskala (Ordinal-)	$= ; \neq ; > ; <$	- positive streng monotone Transformationen
Intervallskala	$= ; \neq ; > ; < ; + ; -$	- positive lineare Transformationen der Form $y = a \cdot x + b$ mit $m > 0$
Verhältnisskala	$= ; \neq ; > ; < ; + ; - ; \cdot ; /$	- positive Ähnlichkeitstransformationen der Form $y = m \cdot x$ mit $m > 0$
Prozentwert und Prozentrang		
Prozentwert	$\%_k = \frac{f_k}{n} \cdot 100\%$	f_k = Häufigkeit in der Kategorie k $\%_k$ = Prozentwert in der Kategorie k n = Anzahl Beobachtungen
Prozentrang	$PR = \frac{f_{kum}(k)}{n} \cdot 100\%$	$f_{kum}(k)$ = Kumulierte Häufigkeit $\%_{kum}(k)$ = Kumulierter Prozentwert
Maße der zentralen Tendenz		
Modalwert (Modus)	Wert, der am häufigsten besetzt ist	
Median	Wert, der eine Verteilung halbiert	

Arithmetisches Mittel	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$	n = Anzahl der Vpn x_i = Messwert i = Index der Versuchspersonen
Gewogenes AM	$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{k=1}^{p} n_k \cdot \bar{x}_k}{\sum_{k=1}^{p} n_k}$	$\bar{\bar{x}}$ = Mittelwert der Mittelwerte p = Anzahl der Mittelwerte n_k = Anzahl der Vpn in Gruppe k
Mittelwert nach einer linearen Transformation $y = a \cdot x + b$	$\bar{y} = a \cdot \bar{x} + b$	$\bar{y}$ = transformierter Mittelwert
Dispersionsmaße Varianz (als Populationsschätzer)	$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$	n = Anzahl der Vpn x_i = Messwert i = Messwertindex
Standardabweichung (als Populationsschätzer)	$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2}$	
Varianz nach einer linearen Transformation $y = a \cdot x + b$	$\hat{\sigma}_y^2 = a^2 \cdot \hat{\sigma}_x^2$	$\hat{\sigma}_x^2$ = zu transformierende Varianz
z-Standardisierung (z-Wert)	$z_x = \frac{x_i - \mu}{\sigma}$	μ = Populationsmittelwert σ = Streuung

Inferenzstatistik

Standardfehler des Mittelwertes	$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_x^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n \cdot (n-1)}}$	$\hat{\sigma}_x^2$ = Varianz der Variable x x_i = Wert der Person i auf Variable x $\bar{x}$ = Mittelwert der Variable x n = Stichprobenumfang

Regression und Korrelation

Kovarianz empirische Kovarianz maximale Kovarianz	$\mathrm{cov}(x,y) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{n-1}$ $\mathrm{cov}_{max} = \hat{\sigma}_x \cdot \hat{\sigma}_y$	x_i = Wert der Person i auf Variable x z_i = Wert der Person i auf Variable y $\bar{x}$ = Mittelwert der Variable x $\bar{y}$ = Mittelwert der Variable y n = Stichprobenumfang
Produkt-Moment-Korrelation	$r_{xy} = \frac{\mathrm{cov}(x,y)}{\hat{\sigma}_x \cdot \hat{\sigma}_y}$	r_{xy} = Korrelation nullter Ordnung der beiden interessierenden Merkmale
Partialkorrelation	$r_{xy\|z} = \frac{r_{xy} - r_{yz} \cdot r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{yz}^2) \cdot (1 - r_{xz}^2)}}$	$r_{xy\|z}$ = Partialkorrelation der beiden interessierenden Merkmale $r_{xz;\, ryz}$ = Korrelation von x und y mit der Drittvariable z
Fisher Z -Transformation	$Z = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)$ $r = \frac{e^{2Z} - 1}{e^{2Z} + 1}$	Z = Z-transformierte Korrelation ln = natürlicher Logarithmus r = Korrelationskoeffizient e ≈ 2,7183 (Eulersche Zahl)
Punktbiseriale Korrelation	$r_{pb} = \frac{\bar{y}_1 - \bar{y}_0}{\hat{\sigma}_y} \cdot \sqrt{\frac{n_0 \cdot n_1}{N^2}}$	y = intervallskalierte Variable x = dichotome Variable (x = 0; x =1) $\bar{y}_0$ = Mittelwert von y bei x = 0 $\bar{y}_1$ = Mittelwert von y bei x = 1 $\hat{\sigma}_y$ = Streuung der y-Variable n_0 = Anzahl Beobachtungen bei x = 0 n_1 = Anzahl Beobachtungen bei x = 1 N = $n_0 + n_1$
Rangkorrelation	$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n \cdot (n^2 - 1)}$	d_i = Differenz der laufenden Nr. der Untersuchungseinheit i auf einem Rangplatz n = Anzahl der Rangplätze

Lineare Regression		
Vorhersage von y durch x	$\hat{y}_i = b_{yx} x_i + a_{yx}$	$\hat{y}_i$ = vorhergesagte Werte
Vorhersage von x durch y	$\hat{x}_i = b_{xy} y_i + a_{xy}$	b = Regressionsgewicht a = additive Konstante
Regressionsgewicht (Steigung der Gerade)	$b_{yx} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\hat{\sigma}_x^2}$ bzw. $b_{xy} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\hat{\sigma}_y^2}$	cov(x,y) = Kovarianz von x und y $\hat{\sigma}_x$ = Streuung der Variable x $\hat{\sigma}_y$ = Streuung der Variable y
Höhenlage: (Schnittpunkt mit y bei x = 0)	$a_{yx} = \bar{y} - b_{yx} \cdot \bar{x}$ bzw. $a_{xy} = \bar{x} - b_{xy} \cdot \bar{y}$	

t-Test für Korrelationen

t-Wert	$t_{df} = \frac{r \cdot \sqrt{N-2}}{\sqrt{1-r^2}}$	r = Korrelationskoeffizient n = Anzahl der Versuchspersonen df = N - 2
Effektstärken	$r_{xy} = \frac{\text{cov}_{emp}}{\text{cov}_{max}} = \frac{\text{cov}(x, y)}{\hat{\sigma}_x \cdot \hat{\sigma}_y}$	Konventionen nach Cohen (1988): kleiner Effekt: r = 0,1 mittlerer Effekt: r = 0,3 großer Effekt: r = 0,5

t-Test für unabhängige Stichproben

t-Wert Empirischer t-Wert unter H_0	$t_{df} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$	$\bar{x}_1$ = Mittelwert der 1. Gruppe $\bar{x}_2$ = Mittelwert der 2. Gruppe df = $n_1 + n_2 - 2$
Standardfehler der Mittelwertsdifferenz	$\hat{\sigma}_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{\sigma}_2^2}{n_2}}$	$\hat{\sigma}_1^2$ = geschätzte Populationsvarianz der 1. Gruppe $\hat{\sigma}_2^2$ = geschätzte Populationsvarianz der 2. Gruppe

Theoretische Effektstärkenmaße	$d = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sigma_x}$ $\Phi^2 = \frac{\sigma^2_{sys}}{\sigma^2_x}$ $\Omega^2 = \frac{\sigma^2_{sys}}{\sigma^2_{Gesamt}} = \frac{\sigma^2_{sys}}{\sigma^2_{sys} + \sigma^2_x}$ $\Phi^2 = \frac{\Omega^2}{1-\Omega^2} \qquad \Omega^2 = \frac{\Phi^2}{1+\Phi^2}$ $\delta = 2 \cdot \Phi = 2 \cdot \sqrt{\frac{\Omega^2}{1-\Omega^2}}$	μ_1, μ_2 = Mittelwerte der Populationen, aus denen die Mittelwerte gezogen werden σ_x = Streuung der Population innerhalb einer Bedingung Konventionen nach Cohen (1988): kleiner Effekt: $d = 0{,}2$ mittlerer Effekt: $d = 0{,}5$ großer Effekt: $d = 0{,}8$ Konventionen nach Cohen (1988): kleiner Effekt: $\Omega^2 = 0{,}01$ mittlerer Effekt: $\Omega^2 = 0{,}06$ großer Effekt: $\Omega^2 = 0{,}14$
Empirische Effektstärkenmaße (Schätzungen für die Population)	$d = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_x} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_{x_1} + \hat{\sigma}^2_{x_2}}{2}}}$ $f^2 = \frac{t^2 - 1}{N}$ $\omega^2 = \hat{\Omega}^2 = \frac{f^2}{1+f^2}$ $f^2 = \hat{\Phi}^2 = \frac{\omega^2}{1-\omega^2}$ $d = 2 \cdot f = 2 \cdot \sqrt{\frac{\omega^2}{1-\omega^2}}$	$\bar{x}_1, \bar{x}_2$ = Mittelwerte der Gruppen $\hat{\sigma}_x$ = geschätzte Populationsstreuung $\hat{\sigma}^2_{x_1}$ = geschätzte Varianz der Gruppe 1 $\hat{\sigma}^2_{x_2}$ = geschätzte Varianz der Gruppe 2 t = empirischer t-Wert $N = n_1 + n_2$
Empirische Effektstärkenmaße (auf Stichprobenebene)	$f^2_S = \frac{QS_{sys}}{QS_x} = \frac{t^2}{df}$ $\eta^2 = \frac{QS_{sys}}{QS_{Gesamt}} = \frac{f^2_S}{1+f^2_S}$	f_S^2 = Effekt auf Stichprobenebene η^2 = Eta-Quadrat, Effekt auf Stichprobenebene

Teststärkebestimmung (a posteriori)	$\lambda = \Phi^2 \cdot N$ $= \frac{\Omega^2}{1-\Omega^2} \cdot N$	λ = Nonzentralitätsparameter Ω^2 = theoretischer Effekt
Stichprobenumfangsplanung (a priori)	$N = \frac{\lambda_{\alpha;1-\beta}}{\Phi^2} = \frac{\lambda_{\alpha;1-\beta}}{\left(\frac{\Omega^2}{1-\Omega^2}\right)}$	λ = Nonzentralitätsparameter (ermittelt bei gegebenem α und β aus den TPF-Tabellen) N = Anzahl Versuchspersonen

t-Test für abhängige Stichproben

t-Wert Empirischer t-Wert unter H_0 Standardfehler des Mittelwerts der Differenzen	$t_{df} = \frac{\bar{x}_d}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_d}}$ $\hat{\sigma}_{\bar{x}_d} = \frac{\hat{\sigma}_d}{\sqrt{N}}$	$\bar{x}_d = \frac{\sum_{i=1}^{N} d_i}{N}$ $\hat{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(d_i - \bar{x}_d)^2}{N-1}}$ df = N – 1 N = Anzahl Versuchspersonen x_{i1} = Wert der Person i in Bed. 1 x_{i2} = Wert der Person i in Bed. 2 d_i = $x_{i1} - x_{i2}$ (Differenzwert)
Empirische Effektstärkenmaße	$d_Z = \frac{\lvert\bar{x}_d\rvert}{\hat{\sigma}_d}$ $f^2_{S(\text{abhängig})} = \frac{QS_{sys}}{QS_x} = \frac{t^2}{df}$ $\eta_p^2 = \frac{QS_{sys}}{QS_{sys} + QS_x} = \frac{f_S^2}{1+f_S^2}$	$\bar{x}_d$ = Mittelwert der Differenzen $\hat{\sigma}_d$ = Streuung der Differenzen f_S^2 = Effekt auf Stichprobenebene η_p^2 = partielles Eta-Quadrat, Effekt auf Stichprobenebene
Teststärkebestimmung (auf Basis der Konventionen für unabhängige Stichproben)	$\lambda = \frac{2}{1-r} \cdot \Phi^2_{\text{unabhängig}} \cdot N = \frac{2}{1-r} \cdot \frac{\Omega^2}{1-\Omega^2} \cdot N$	r = Korrelation zwischen den Messwertreihen

Teststärkebestimmung (für empirische Effekte)	$\lambda = f^2_{S(abhängig)} \cdot N$	λ = Nonzentralitätsparameter
Stichprobenumfangsplanung (anhand der Konventionen für unabhängige Stichproben)	$N = \frac{\lambda_{\alpha;1-\beta}}{\Phi^2_{unabhängig}} \cdot \frac{(1-r)}{2}$	r = Korrelation zwischen den Messwertreihen
Stichprobenumfangsplanung (bei vorhandener Effektgröße aus Literatur oder anderen Studien)	$N = \frac{\lambda_{\alpha;1-\beta}}{f^2_{abhängig}}$	$f^2_{abhängig}$ = aus der Literatur oder eigenen Studien abgeleitete anzunehmende Effektstärke

Varianzanalyse ohne Messwiederholung

Einfaktorielle Varianzanalyse (ohne Messwiederholung) Quadratsummen	$QS_{zwischen} = n \cdot \sum_{i=1}^{p} \left(\bar{A}_i - \bar{G}\right)^2$ $QS_{innerhalb} = \sum_{i=1}^{p} \sum_{m=1}^{n} \left(x_{mi} - \bar{A}_i\right)^2$	p = Anzahl Faktorstufen n = Anzahl Vpn pro Faktorstufe $\bar{A}_i$ = Mittelwert aus Faktorstufe i $\bar{G}$ = Gesamtmittelwert
Freiheitsgrade	$df_{zwischen} = p - 1$ $df_{innerhalb} = p \cdot (n - 1)$	
Stichprobenkennwerte	$\hat{\sigma}^2_{zwischen} = \frac{QS_{zwischen}}{df_{zwischen}}$ $\hat{\sigma}^2_{innerhalb} = \frac{QS_{innerhalb}}{df_{innerhalb}}$	
Empirischer F-Wert	$F_{(df_{Zähler}, df_{Nenner})} = \frac{\hat{\sigma}^2_{zwischen}}{\hat{\sigma}^2_{innerhalb}}$	$df_{Zähler} = df_{zwischen}$ $df_{Nenner} = df_{innerhalb}$

Zweifaktorielle Varianzanalyse (ohne Messwiederholung) Quadratsummen	$QS_A = \sum_{i=1}^{p} n \cdot q \cdot (\bar{A}_i - \bar{G})^2$ $QS_B = \sum_{j=1}^{q} n \cdot p \cdot (\bar{B}_j - \bar{G})^2$ $QS_{AxB} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q} n \cdot (\overline{AB}_{ij} - \bar{A}_i - \bar{B}_j + \bar{G})^2$ $QS_{Res} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}\sum_{m=1}^{n} (x_{mij} - \overline{AB}_{ij})^2$	p = Anzahl Faktorstufen Faktor A q = Anzahl Faktorstufen Faktor B n = Anzahl Vpn in der Zelle AB_{ij} $\bar{A}_i$ = Mittelwert der Faktorstufe A_i $\bar{B}_i$ = Mittelwert der Faktorstufe B_j $\overline{AB}_{ij}$ = Zellmittelwert $\bar{G}$ = Gesamtmittelwert
Freiheitsgrade	$df_A = p - 1$ $df_B = q - 1$ $df_{A\times B} = (p-1) \cdot (q-1)$ $df_{Res} = p \cdot q \cdot (n-1)$	
Stichprobenkennwerte	$\hat{\sigma}^2_A = \frac{QS_A}{df_A}$ $\hat{\sigma}^2_B = \frac{QS_B}{df_B}$ $\hat{\sigma}^2_{AxB} = \frac{QS_{AxB}}{df_{AxB}}$ $\hat{\sigma}^2_{Res} = \frac{QS_{Res}}{df_{Res}}$	
Empirische F-Werte Haupteffekt A Haupteffekt B Wechselwirkung A×B	$F_{df_A, df_{Res}} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{Res}}$ $F_{df_B, df_{Res}} = \frac{\hat{\sigma}^2_B}{\hat{\sigma}^2_{Res}}$ $F_{df_{AxB}, df_{Res}} = \frac{\hat{\sigma}^2_{AxB}}{\hat{\sigma}^2_{Res}}$	

Empirische Effektstärkenmaße	$f^2 = \frac{df_{Zähler} \cdot (F_{emp} - 1)}{N}$	$df_{Zähler}$ = Freiheitsgrade des Zählers des F-Bruchs df_{Nenner} = Freiheitsgrade des Nenners des F-Bruchs N = p ·q · n = Stichprobengröße
Umrechnung $f^2 \Rightarrow \omega^2$	$\omega^2 = \frac{f^2}{1+f^2}$	
Umrechnung $\omega^2 \Rightarrow f^2$	$f^2 = \frac{\omega^2}{1-\omega^2}$	
Teststärkebestimmung (a posteriori) Definition und Umrechnung der Effektstärkenmaße	$\lambda = \Phi^2 \cdot N$ $\Omega_p^2 = \frac{\sigma_{sys}^2}{\sigma_{sys}^2 + \sigma_x^2} = \frac{\Phi^2}{1+\Phi^2}$ $\Phi^2 = \frac{\sigma_{sys}^2}{\sigma_x^2} = \frac{\Omega^2}{1-\Omega^2}$	λ = Nonzentralitätsparameter Konventionen nach Cohen (1988): kleiner Effekt: $\Omega^2 = 0{,}01$ mittlerer Effekt $\Omega^2 = 0{,}06$ großer Effekt $\Omega^2 = 0{,}14$
Stichprobenumfangsplanung (a priori)	$N = \frac{\lambda_{(df_{Zähler};1-\beta;\alpha)}}{\Phi^2}$	λ = Nonzentralitätsparameter (ermittelt bei gegebenem α, β, und $df_{Zähler}$ aus TPF-Tabellen) Bei gleicher Vpn-Anzahl in Zellen (unabhängige Stichproben): N = p · n
Tukey HSD-Test	$HSD = q_{krit(\alpha,r,df_{Res})} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{Res}^2}{n_{HSD}}}$	HSD = kritische Differenz eines Paarvergleichs q_{krit} = krit. Wert aus der q-Tabelle α = kumuliertes Signifikanzniveau für alle Paarvergleiche r = Anzahl der Mittelwerte n_{HSD} = Anzahl der Vpn, aus denen die verglichenen Mittelwerte gebildet werden n = Anzahl der Vpn pro Zelle p = Stufenanzahl Faktor A q = Stufenanzahl Faktor B
einfaktorielle ANOVA	$n_{HSD} = n$	
zweifaktorielle ANOVA		
Haupteffekt A	$n_{HSD} = q \cdot n$	
Haupteffekt B	$n_{HSD} = p \cdot n$	
Wechselwirkung	$n_{HSD} = n$	

Varianzanalyse mit Messwiederholung

Einfaktorielle Varianzanalyse (mit Messwiederholung) - systematische Varianz - Residualvarianz	$\hat{\sigma}^2_A = \frac{QS_A}{df_A} = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{p} (\bar{A}_i - \bar{G})^2}{p-1}$ $\hat{\sigma}^2_{A\times Vpn} = \frac{QS_{A\times Vpn}}{df_{A\times Vpn}} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{m=1}^{N}[x_{im} - (\bar{A}_i + \bar{P}_m - \bar{G})]^2}{(p-1)\cdot(n-1)}$	$\bar{A}_i$ = Mittelwert der Faktorstufe A_i $\bar{P}_m$ = Mittelwert der Person m $\bar{G}$ = Gesamtmittelwert p = Anzahl Faktorstufen Faktor A n = Anzahl Vpn in einer Faktorstufe
F-Bruch	$F_{A(df_A, df_{Res})} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{Res}} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{A\times Vpn}}$	$df_A = p - 1$ $df_{Res} = (n - 1) \cdot (p - 1)$
Empirische Effektstärkenmaße (auf Stichprobenebene)	$\eta^2_p = \frac{QS_A}{QS_A + QS_{A\times Vpn}}$ $f^2_{S(abhängig)} = \frac{QS_A}{QS_{A\times Vpn}} =$ $f^2_{S(abhängig)} \frac{F \cdot df_A}{df_{A\times Vpn}}$ $\eta^2_p = \frac{f^2_S}{1+f^2_S}$	η_p^2: partielles Eta-Quadrat, Effekt auf der Stichprobenebene
Teststärkeanalyse - a priori auf Basis der Konventionen für unabhängige Stichproben	$\lambda_{df;\alpha} = \frac{p}{1-\bar{r}} \cdot \Phi^2_{unabhängig} \cdot N$ mit $\Phi^2_{unabhängig} = \frac{\Omega^2_{unabhängig}}{1-\Omega^2_{unabhängig}}$	p = Anzahl Stufen des Faktors A $\bar{r}$ = mittlere Korrelation zwischen den Messzeitpunkten Konventionen für Effekt bei unabhängigen Stichproben: kleiner Effekt: $\Omega^2 = 0{,}01$ mittlerer Effekt: $\Omega^2 = 0{,}06$ großer Effekt: $\Omega^2 = 0{,}14$
Stichprobenumfangsplanung auf Basis der Konventionen für unabhängige Stichproben	$N = \frac{\lambda_{df;\alpha;1-\beta}}{\Phi^2_{unabhängig}} \cdot \frac{(1-\bar{r})}{p}$ mit $\Phi^2_{unabhängig} = \frac{\Omega^2_{unabhängig}}{1-\Omega^2_{unabhängig}}$	p = Anzahl Stufen des Faktors A $\bar{r}$ = mittlere Korrelation zwischen den Messzeitpunkten

Post Hoc Tests	$HSD = q_{krit(\alpha;p;df_{Nenner})} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_{Res}}{n}}$	HSD = kritische Differenz eines Paarvergleichs q_{krit} = krit. Wert aus der q-Tabelle α = kumuliertes Signifikanzniveau für alle Paarvergleiche p = Anzahl der Mittelwerte n = Anzahl der Vpn pro Zelle
Zweifaktorielle Varianzanalyse (mit MW auf einem Faktor) - Faktor A ohne MW	$\hat{\sigma}^2_{A(nicht\ mw)} = \frac{QS_{A(nicht\ mw)}}{df_{A(nicht\ mw)}} = \frac{\sum_{i=1}^{p} n \cdot q \cdot (\bar{A}_i - \bar{G})^2}{p-1}$	
- Faktor B mit MW	$\hat{\sigma}^2_{B(mw)} = \frac{QS_{B(mw)}}{df_{B(mw)}} = \frac{\sum_{j=1}^{q} n \cdot p \cdot (\bar{B}_j - \bar{G})^2}{q-1}$	
- Wechselwirkung A x B	$\hat{\sigma}^2_{A\times B(mw)} = \frac{QS_{A\times B(mw)}}{df_{A\times B(mw)}} = \frac{\sum_{j=1}^{q}\sum_{i=1}^{p} n \cdot [\overline{AB}_{ij} - (\bar{A}_i + \bar{B}_j - \bar{G})]^2}{(p-1)\cdot(q-1)}$	
- Prüfvarianz des Faktors A	$\hat{\sigma}^2_{Prüf(A)} = \hat{\sigma}^2_{Vpn\ in\ S} = \frac{QS_{Vpn\ in\ S}}{df_{Vpn\ in\ S}} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{m=1}^{n} q \cdot (\overline{AP}_{im} - \bar{A}_i)^2}{p \cdot (n-1)}$	
- Prüfvarianz des Faktors B und der Wechselwirkung A×B	$\hat{\sigma}^2_{B\times Vpn} = \frac{QS_{B\times Vpn}}{df_{B\times Vpn}} = \frac{\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q}\sum_{m=1}^{n} [x_{ijm} - (\overline{AB}_{ij} + \overline{AP}_{im} - \bar{A}_i)]^2}{p \cdot (q-1) \cdot (n-1)}$	
F-Brüche - Faktor A ohne MW	$F_{A(df_A;df_{Vpn\ in\ S})} = \frac{\hat{\sigma}^2_{A(nicht\ mw)}}{\hat{\sigma}^2_{Prüf(A)}} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{Vpn\ in\ S}}$	$df_A = p - 1$ $df_{Vpn\ in\ S} = p \cdot (n-1)$
- Faktor B mit MW	$F_{B(df_B;df_{B\times Vpn})} = \frac{\hat{\sigma}^2_{B(mw)}}{\hat{\sigma}^2_{Prüf(B)}} = \frac{\hat{\sigma}^2_B}{\hat{\sigma}^2_{B\times Vpn}}$	$df_B = q - 1$ $df_{B\times Vpn} = p \cdot (q-1) \cdot (n-1)$
- Wechselwirkung A×B	$F_{A\times B(df_{A\times B};df_{B\times Vpn})} = \frac{\hat{\sigma}^2_{A\times B(mw)}}{\hat{\sigma}^2_{Prüf(B)}} = \frac{\hat{\sigma}^2_{A\times B(mw)}}{\hat{\sigma}^2_{B\times Vpn}}$	$df_{A\times B(mw)} = (p-1) \cdot (q-1)$ $df_{B\times Vpn} = p \cdot (q-1) \cdot (n-1)$

Empirische Effektstärkenmaße (auf Stichprobenebene) - Faktor A ohne MW - Faktor B mit MW - Wechselwirkung A×B Berechnung aus F-Werten	$\eta^2_{p(A)} = \frac{QS_A}{QS_A + QS_{Vpn\ in\ S}}$ $\eta^2_{p(B)} = \frac{QS_B}{QS_B + QS_{B\times Vpn}}$ $\eta^2_{p(A\times B)} = \frac{QS_{A\times B}}{QS_{A\times B} + QS_{B\times Vpn}}$ $f^2_{S(abhängig)} = \frac{F \cdot df_{Effekt}}{df_{Prüf}}$ $\eta^2_p = \frac{f^2_S}{1+f^2_S}$	
Teststärkeanalyse - Für Faktor A ohne MW - Für Faktor B mit MW und die Wechselwirkung A×B	$\lambda_{A(nicht\ mw);df;\alpha} = \frac{q}{1+(q-1)\cdot \bar{r}} \cdot \Phi^2_{unabhängig} \cdot N$ $\lambda_{B(mw);df;\alpha} = \lambda_{A\times B(mw);df;\alpha} = \frac{q}{1-\bar{r}} \cdot \Phi^2_{unabhängig} \cdot N$	
Stichprobenumfangsplanung - für Faktor A ohne MW - für Faktor B und WW siehe einfaktorielle VA mit MW	$N = p \cdot n_{A(nicht\ mw)} = \frac{\lambda_{df;\alpha;1-\beta}}{\Phi^2_{unabhängig}} \cdot \frac{1+(q-1)\cdot \bar{r}}{q}$	
Zweifaktorielle Varianzanalyse (mit MW auf beiden Faktoren) F-Brüche - HE Faktor A mit p Stufen - HE Faktor B mit q Stufen - WW A×B	$F_{A(df_A, df_{Prüf(A)})} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{Prüf(A)}} = \frac{\hat{\sigma}^2_A}{\hat{\sigma}^2_{A\times Vpn}}$ $F_{B(df_B, df_{Prüf(B)})} = \frac{\hat{\sigma}^2_B}{\hat{\sigma}^2_{Prüf(B)}} = \frac{\hat{\sigma}^2_B}{\hat{\sigma}^2_{B\times Vpn}}$ $F_{AxB(df_{A\times B}, df_{Prüf(A\times B)})} = \frac{\hat{\sigma}^2_{A\times B}}{\hat{\sigma}^2_{Prüf(A\times B)}} = \frac{\hat{\sigma}^2_{A\times B}}{\hat{\sigma}^2_{A\times B\times Vpn}}$	$df_A = p - 1$ $df_{A\times Vpn} = (p-1)\cdot(n-1)$ $df_B = q - 1$ $df_{B\times Vpn} = (q-1)\cdot(n-1)$ $df_{A\times B} = (p-1)\cdot(q-1)$ $df_{A\times B\times Vpn} = (p-1)\cdot(q-1)\cdot(n-1)$

Empirische Effektstärkenmaße (auf Stichprobenebene) - Faktor A ohne MW - Faktor B mit MW - Wechselwirkung A×B - Berechnung aus F-Werten	$\eta^2_{p(A)} = \frac{QS_A}{QS_A + QS_{Prüf(A)}}$ $\eta^2_{p(B)} = \frac{QS_B}{QS_B + QS_{Prüf(B)}}$ $\eta^2_{p(A\times B)} = \frac{QS_{A\times B}}{QS_{A\times B} + QS_{Prüf(A\times B)}}$ $f^2_{S(abhängig)} = \frac{F \cdot df_{Effekt}}{df_{Prüf}}$ $\eta^2_p = \frac{f_S^2}{1+f_S^2}$	
Teststärkeanalyse - auf Basis der Konventionen für unabhängige Stichproben	$\lambda_{df;\alpha} = \frac{p \cdot q}{1-\bar{r}} \cdot \Phi^2_{unabhängig} \cdot n$ mit $\Phi^2_{unabhängig} = \frac{\Omega^2_{unabhängig}}{1-\Omega^2_{unabhängig}}$	
Stichprobenumfangsplanung - analog zur einfaktoriellen VA mit MW auf einem Faktor - getrennt vorzunehmen für Faktor A, Faktor B und WW	$N = \frac{\lambda_{df;\alpha;1-\beta}}{\Phi^2_{unabhängig}} \cdot \frac{(1-\bar{r})}{p}$ mit $\Phi^2_{unabhängig} = \frac{\Omega^2_{unabhängig}}{1-\Omega^2_{unabhängig}}$	

Nichtparametrische Verfahren: U-Test

U-Test		$N = n_1 + n_2$ T_1 = Rangplatzsumme Gruppe 1 T_2 = Rangplatzsumme Gruppe 2
Prüfung der Korrektheit der Rangzuweisung	$T_1 + T_2 = \frac{N \cdot (N+1)}{2}$	
Rangplatzüberschreitungen von Gruppe 1 gegenüber Gruppe 2	$U = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_1 \cdot (n_1+1)}{2} - T_1$	
Rangplatzunterschreitungen von Gruppe 1 gegenüber Gruppe 2	$U' = n_1 \cdot n_2 + \frac{n_2 \cdot (n_2+1)}{2} - T_2$	
Kontrolle	$U = n_1 \cdot n_2 - U'$	

Bei n_1 oder $n_2 > 20$	$z = \frac{U - \mu_U}{\sigma_U}$ $\mu_U = \frac{n_1 \cdot n_2}{2}$	μ_U = erwarteter mittlerer U-Wert σ_U = Streuung der U-Werte n_1 = Anzahl Vpn in Gruppe 1 n_2 = Anzahl Vpn in Gruppe 2
Streuung bei unverbundenen Rängen korrigierte Streuung bei verbundenen Rängen	$\sigma_U = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2 \cdot (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$ $\sigma_{U_{corr}} = \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{N \cdot (N-1)}} \cdot \sqrt{\left(\frac{N^3 - N}{12} - \sum_{i=1}^{k} \frac{t_i^3 - t_i}{12}\right)}$	$N = n_1 + n_2$ t_i = Anzahl der Personen, die sich Rangplatz i teilen k = Anzahl der verbundenen Ränge
Stichprobenumfangsplanung Berechnung über t-Test	$N_{(t-Test)} = \frac{\lambda}{\Phi^2}$	

Nichtparametrische Verfahren: Chi²-Test

Eindimensionaler chi²-Test	$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(f_{bi} - f_{ei})^2}{f_{ei}}$	k = Anzahl Kategorien f_{bi} = beobachtete Häufigkeit in Kat. i f_{ei} = erwartete Häufigkeit in Kat. i df = k – 1
Zweidimensionaler chi²-Test allgemein erwartete Häufigkeit	$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \frac{(f_{bij} - f_{eij})^2}{f_{eij}}$ $f_{eij} = \frac{Zeilensumme_i \times Spaltensumme_j}{N}$	k = Anzahl Kategorien i l = Anzahl Kategorien j f_{bij} = beobachtete Zellhäufigkeit f_{eij} = erwartete Zellhäufigkeit df = (k – 1) · (l – 1)
Vierfelder-chi²-Test (zwei dichotome Merkmale)	$\chi^2 = \frac{N \cdot (a \cdot d - b \cdot c)^2}{(a+c) \cdot (b+d) \cdot (a+b) \cdot (c+d)}$	$\begin{array}{\|c\|c\|} \hline a & b \\ \hline c & d \\ \hline \end{array}$

Empirische Effektstärkenmaße - Vierfelder Test auch	$\hat{w}^2 = \frac{\chi^2}{N}$ $\hat{w}^2 = \Phi^2 = \frac{\chi^2}{N}$	N = Anzahl Beobachtungen Φ = Phi - Koeffizient (gleichbedeutend mit Korrelation zweier dichotomer Variablen)
Annahme einer Effektstärke a priori - eindimensional - zweidimensional	$w^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(p_{bi} - p_{ei})^2}{p_{ei}}$ $w^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{i} \frac{(p_{bij} - p_{eij})^2}{p_{eij}}$	k = Anzahl der Kategorien p_{bi} = rel. Häufigkeit unter der H_1 p_{ei} = rel. Häufigkeit unter der H_0 k = Anzahl der Kategorien i l = Anzahl der Kategorien j p_{bij} = rel. Häufigkeit unter der H_1 p_{eij} = rel. Häufigkeit unter der H_0 Konventionen kleiner Effekt: w^2 = 0,01 mittlerer Effekt w^2 = 0,09 großer Effekt: w^2 = 0,25
Teststärkebestimmung	$\lambda = w^2 \cdot N$	λ = Nonzentralitätsparameter
Stichprobenumfangsplanung	$N = \frac{\lambda}{w^2}$	