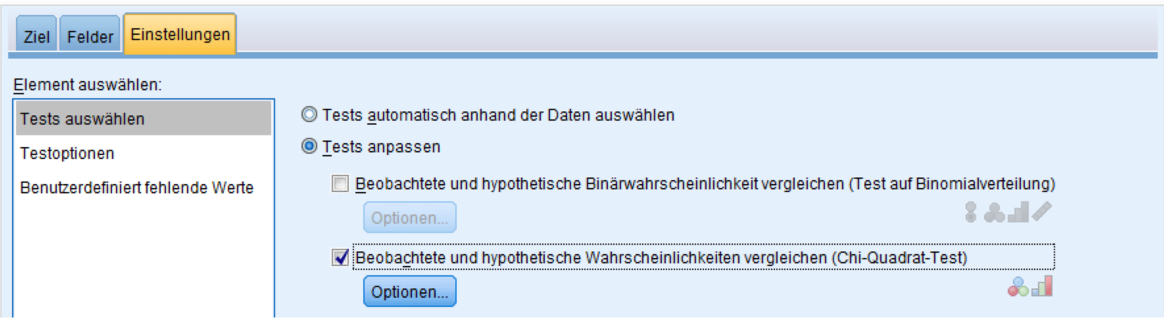
Kapitel 9: Verfahren für Nominaldaten

Hinweis:

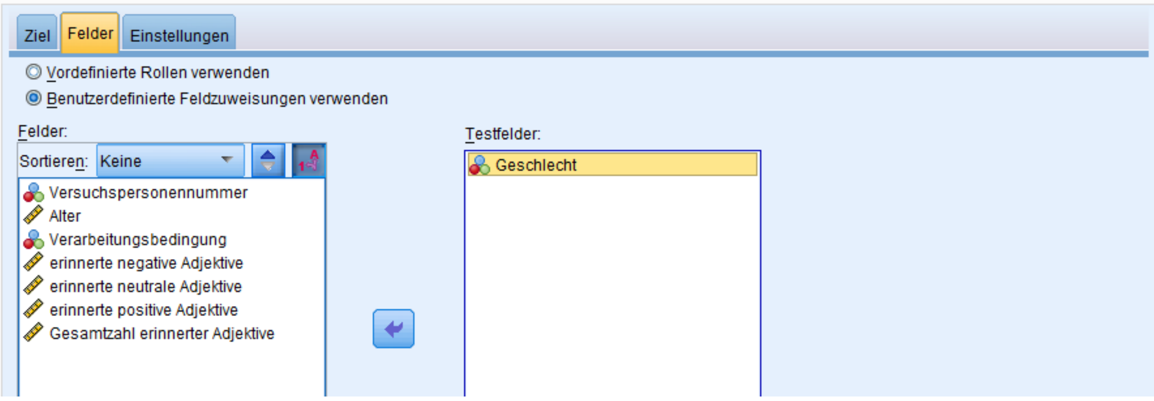
Der im Folgenden dargestellte Lösungsweg für den eindimensionalen Chi²-Test steht erst ab SPSS Version 18 zur Verfügung. Die Vorgehensweise und der Output unterscheiden sich recht stark von den bisher behandelten Verfahren. Falls Sie eine ältere Version von SPSS nutzen oder die gewohnten Menüs und Outputs bevorzugen, können Sie dem ab Seite 10 dieses Dokumentes beschriebenen alternativen Lösungsweg folgen.

Eindimensionaler Chi²-Test

Der eindimensionale χ^2-Test wird dann herangezogen, wenn die Versuchspersonen einer Population anhand eines Merkmals mit zwei oder mehr Stufen klassifiziert werden. Er lässt sich über das Menü „Analysieren" → „Nicht parametrische Tests" → „Eine Stichprobe" ausführen. Wählen Sie im Untermenü „Einstellungen" → „Tests auswählen" → „Tests anpassen" die Option „Beobachtete und hypothetische Wahrscheinlichkeiten vergleichen (Chi-Quadrat-Test)".

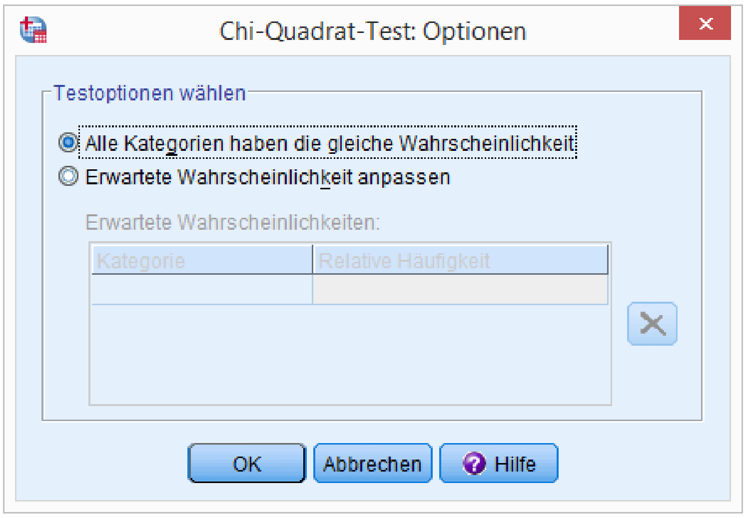


Im Untermenü „Felder" können Sie in das Feld „Testfelder" alle nominalskalierten Variablen verschieben, für die Sie Chi²-Statistiken berechnen möchten, also auch mehr als eine. Wir entscheiden uns für die Variable Geschlecht („sex") aus unserem Beispieldatensatz.



Annahme der Gleichverteilung

Unter der Gleichverteilungsannahme (siehe Kap. 9.1.1) sollten die Häufigkeiten über alle Stufen des Merkmals hinweg gleich sein. Diese Auswahl ist voreingestellt unter „Optionen" im Untermenü „Einstellungen". Das Befehlsfenster sieht folgendermaßen aus:



Sie erhalten diesen Output:

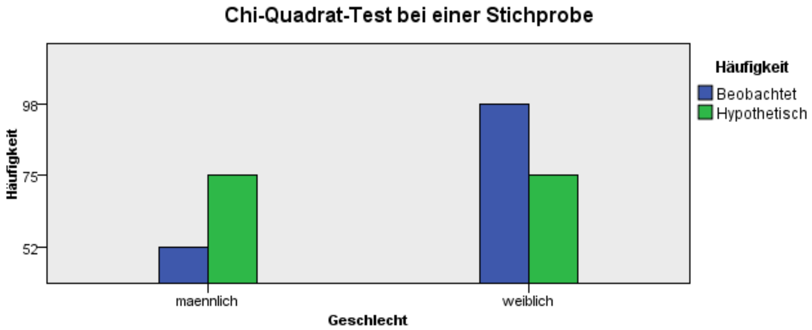
Hypothesentestübersicht

	Nullhypothese	Test	Sig.	Entscheidung
1	Die Kategorien von Geschlecht treten mit gleichen Wahrscheinlichkeiten auf.	Chi-Quadrat-Test bei einer Stichprobe	,000	Nullhypothese ablehnen

Asymptotische Signifikanzen werden angezeigt. Das Signifikanzniveau ist ,05.

Die Tabelle enthält die ausformulierte Nullhypothese, den angewandten Test, das Signifikanzniveau sowie die ausformulierte interferenzstatistische Entscheidung auf.

Ein Doppelklick auf diesen Output öffnet den Modellviewer. Hier können die statistischen Kennwerte des Verfahrens näher betrachtet werden:



Gesamtanzahl	150
Teststatistik	14,107
Freiheitsgrade	1
Asymptotische Sig. (2-seitiger Test)	,000

1. Es sind 0 Zellen (0%) mit erwarteten Werten kleiner als 5 vorhanden. Der kleinste erwartete Wert ist 75.

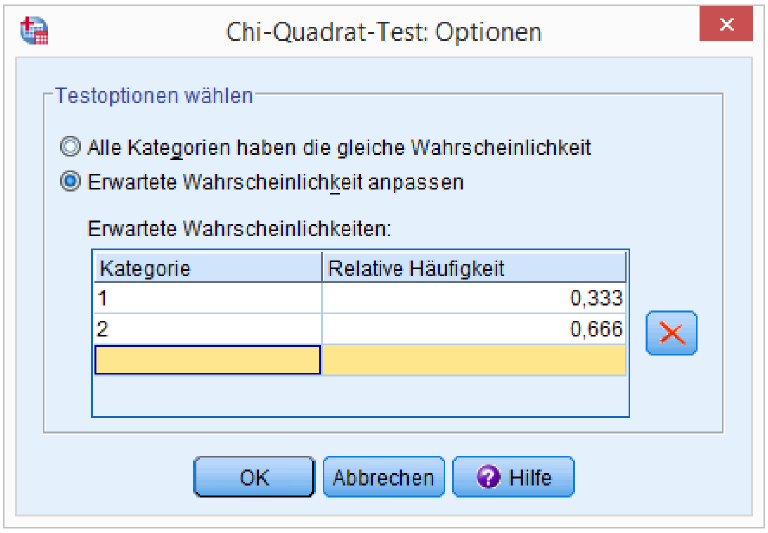
Die Tabelle liefert den errechneten Chi²-Wert in der Zeile „Teststatistik“, die dazugehörigen Freiheitsgrade sowie die Fehlerwahrscheinlichkeit α unter der Nullhypothese. In diesem Beispiel weichen die beobachteten Häufigkeiten signifikant von den erwarteten ab, die Nullhypothese der Gleichverteilung kann demnach verworfen werden. Die Stichprobe umfasst signifikant mehr Frauen als Männer.

Das Rechenbeispiel wurde ungerichtet getestet. Bei Chi²-Tests mit zwei Stufen ist jedoch auch gerichtetes Testen möglich, sofern eine klare Hypothese über die Richtung eines Unterschieds besteht. Eine Bildungsforscherin könnte z.B. annehmen, dass sich Frauen stärker für ein Studium der Psychologie interessieren als Männer. Die obige Abweichung kann unter dieser gerichteten Annahme auch einseitig überprüft werden, indem das Signifikanzniveau halbiert wird.

Nicht gleichverteilte Annahmen

Eine nicht gleichverteilte Annahme (siehe Kap. 9.1.1) ist dann gerechtfertigt, wenn man aufgrund theoretischer Überlegungen oder vorliegender Statistiken eine bestimmte Verteilung erwarten kann. Beispielsweise kann man in unserem Beispiel die statistische Durchschnittsverteilung von Frauen und Männern als Studierende der Psychologie zugrunde nehmen, die ungefähr bei 2:1 liegt. Frauen haben damit eine Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population von 2/3, bei Männern liegt die Wahrscheinlichkeit bei 1/3.

Diese erwarteten relativen Häufigkeiten können in SPSS direkt eingetragen werden. Wählen Sie wie oben „Analysieren" → „Nicht parametrische Tests" → „Eine Stichprobe" und dann im Untermenü „Einstellungen" → „Chi-Quadrat-Test" → „Optionen" → „Erwartete Wahrscheinlichkeit anpassen". Hier tragen Sie die Wertelabel der Bedingungen (in unserem Beispiel „1" für männlich und „2" für weiblich) und die zugehörigen erwarteten relativen Wahrscheinlichkeiten ein. Das Befehlsfenster sollte folgendermaßen aussehen:



Der zugehörige Output lautet:

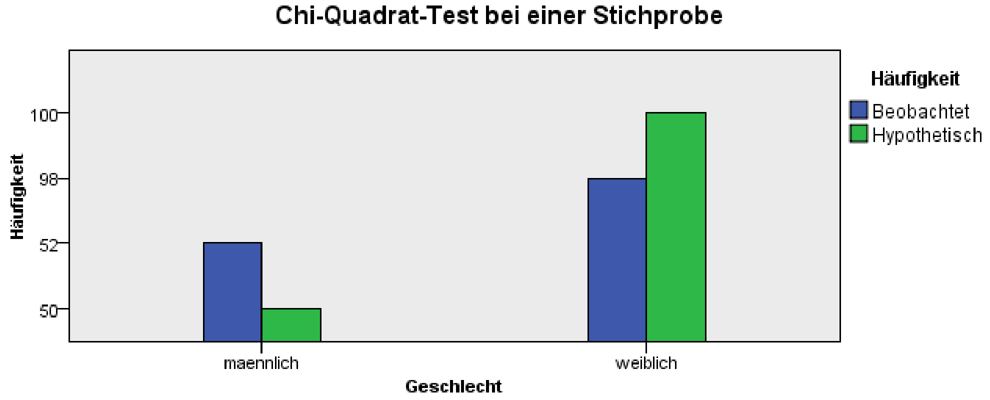
Hypothesentestübersicht

	Nullhypothese	Test	Sig.	Entscheidung
1	Die Kategorien von Geschlecht treten mit den angegebenen Wahrscheinlichkeiten auf.	Chi-Quadrat-Test bei einer Stichprobe	,729	Nullhypothese beibehalten

Asymptotische Signifikanzen werden angezeigt. Das Signifikanzniveau ist ,05.

Weitere Kennwerte und eine grafische Veranschaulichung finden wir wie gewohnt im Modellviewer:

 © Rasch, Friese, Hofmann & Naumann



Gesamtanzahl	150
Teststatistik	,120
Freiheitsgrade	1
Asymptotische Sig. (2-seitiger Test)	,729

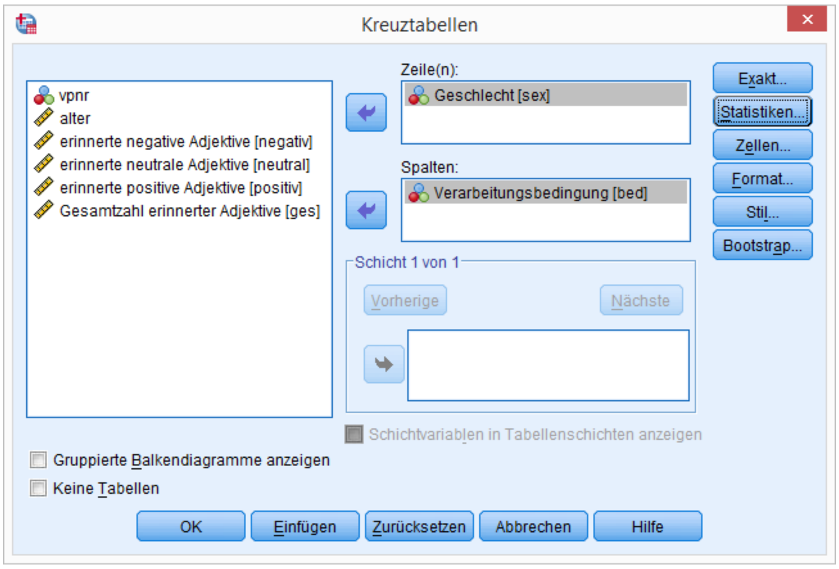
1. Es sind 0 Zellen (0%) mit erwarteten Werten kleiner als 5 vorhanden. Der kleinste erwartete Wert ist 50.

Wenn die statistische Grundwahrscheinlichkeit von Männern und Frauen als Psychologiestudierende zugrunde gelegt wird, finden wir, dass die beobachteten Werte nicht signifikant von den erwarteten abweichen. Der Vergleich beider Rechnungen zeigt, dass das Ergebnis eines Chi²-Tests stark von der zugrundeliegenden Verteilungsannahme abhängt und dass diese Annahmen immer explizit gemacht werden müssen, damit das Ergebnis angemessen interpretiert werden kann. Um a priori sinnvolle Annahmen über Verteilungen machen zu können, sind Vorerfahrungen mit dem Forschungsgebiet und/oder fundierte theoretische Kenntnis der Materie unerlässlich.

Der zweidimensionale Chi²-Test

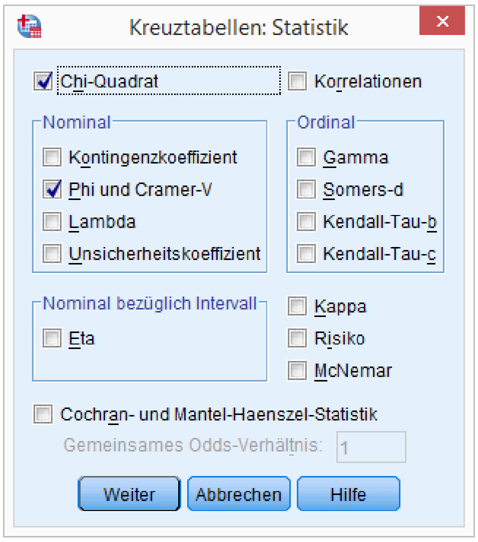
Der zweidimensionale χ^2-Test ($k \times l$-Test) aus Kapitel 9.2 stellt eine Erweiterung des eindimensionalen Tests um ein weiteres kategoriales Merkmal mit mindestens zwei Stufen dar. Der Versuchsplan hat die Form einer so genannten Kreuztabelle. Wie beim eindimensionalen Test können aufgrund einer Annahme über die theoretisch erwartete Verteilung die erwarteten Häufigkeiten der einzelnen Zellen ermittelt und mit den beobachteten Werten verglichen werden. Eine besonders häufig verwendete Form des zweidimensionalen χ^2-Tests ist der Test auf Unabhängigkeit der beiden Merkmale, auch Kontingenzanalyse genannt. Dieser Test ermöglicht eine Aussage darüber, ob die zwei betrachteten Merkmale in irgendeiner Form stochastisch zusammenhängen. Die Nullhypothese des Tests postuliert die stochastische Unabhängigkeit der beiden Merkmale. Die Alternativhypothese fordert einen irgendwie gearteten Zusammenhang zwischen den Stufen des einen Merkmals und den Stufen des anderen.

Wir können z.B. die versuchsplanerische Frage überprüfen, ob in unserem Datensatz das Geschlecht unabhängig von der Versuchsbedingung ist, ob also in jeder Bedingung das Geschlechterverhältnis gleich groß war. In SPSS erhalten Sie die Kontingenzanalyse über das Menü „Analysieren" → „Deskriptive Statistiken" → „Kreuztabellen". (Nicht über den Menüpunkt „Chi-Quadrat" wie den eindimensionalen Chi²-Test!) Die Variable „Geschlecht" geben Sie als Zeilenvariable, die Variable „Verarbeitungsbedingung" als Spaltenvariable ein:

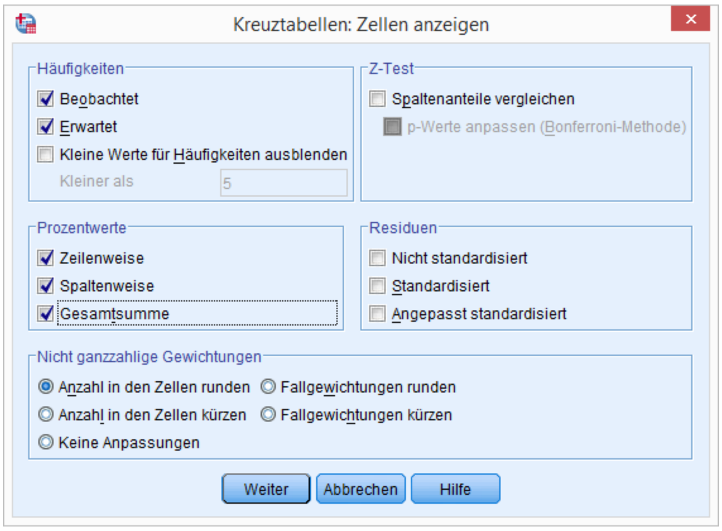


Im Untermenü Statistik aktivieren Sie das Kästchen „Chi-Quadrat". Das Effektstärkemaß Cramers Phi-Koeffizient bzw. Cramers Index (Kap. 9.2.3) erhalten Sie, wenn Sie außerdem das entsprechende Kontrollkästchen aktivieren. Klicken Sie abschließend auf „Weiter":

 © Rasch, Friese, Hofmann & Naumann



Die unter der Nullhypothese erwarteten Häufigkeiten in jeder Zelle errechnen sich über die Randhäufigkeiten (siehe Kapitel 9.2). Die erwarten Häufigkeiten gibt SPSS an, wenn Sie im Menü „Zellen“ das Kästchen „Erwartet“ zusätzlich aktivieren. Darüber hinaus ist es hilfreich, sich die empirischen Prozentwerte zeilenweise, spaltenweise und auch gesamt anzeigen zu lassen:



Sie erhalten den folgenden Output:

Zusammenfassung der Fallverarbeitung

	Fälle					
	Gültig		Fehlend		Gesamtsumme	
	H	Prozent	H	Prozent	H	Prozent
Geschlecht * Verarbeitungsbedingung	150	100,0%	0	0,0%	150	100,0%

 © Rasch, Friese, Hofmann & Naumann

Kreuztabelle Geschlecht*Verarbeitungsbedingung

			Verarbeitungsbedingung			Gesamtsumme
			strukturell	bildhaft	emotional	
Geschlecht	maennlich	Anzahl	16	15	21	52
		Erwartete Anzahl	17,3	17,3	17,3	52,0
		% in Geschlecht	30,8%	28,8%	40,4%	100,0%
		% in Verarbeitungsbedingung	32,0%	30,0%	42,0%	34,7%
		% des Gesamtergebnisses	10,7%	10,0%	14,0%	34,7%
	weiblich	Anzahl	34	35	29	98
		Erwartete Anzahl	32,7	32,7	32,7	98,0
		% in Geschlecht	34,7%	35,7%	29,6%	100,0%
		% in Verarbeitungsbedingung	68,0%	70,0%	58,0%	65,3%
		% des Gesamtergebnisses	22,7%	23,3%	19,3%	65,3%
Gesamtsumme		Anzahl	50	50	50	150
		Erwartete Anzahl	50,0	50,0	50,0	150,0
		% in Geschlecht	33,3%	33,3%	33,3%	100,0%
		% in Verarbeitungsbedingung	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
		% des Gesamtergebnisses	33,3%	33,3%	33,3%	100,0%

Chi-Quadrat-Tests

	Wert	df	Asymp. Sig. (zweiseitig)
Pearson-Chi-Quadrat	1,825[a]	2	,402
Likelihood-Quotient	1,805	2	,406
Zusammenhang linear-mit-linear	1,096	1	,295
Anzahl der gültigen Fälle	150		

a. 0 Zellen (0,0%) haben die erwartete Anzahl von weniger als 5. Die erwartete Mindestanzahl ist 17,33.

Symmetrische Maße

		Wert	Näherungsweise Sig.
Nominal bezüglich Nominal	Phi	,110	,402
	Cramer-V	,110	,402
Anzahl der gültigen Fälle		150	

Die erste Tabelle gibt allgemeine Informationen über die verarbeiteten und nicht verarbeiteten Fälle an. In der zweiten Tabelle sehen Sie Angaben über die beobachteten und erwarteten Zell- und Randhäufigkeiten. Erwartete Zellhäufigkeiten sind das Produkt aus den jeweiligen Randhäufigkeiten, geteilt durch den Stichprobenumfang (siehe Kap. 9.2.1). Je nach Fragestellung können die prozentualen Anteile innerhalb der Merkmale oder auf die Gesamtheit der Teilnehmer bezogen informativ sein.

Die dritte Tabelle liefert neben anderen Koeffizienten den Chi²-Testwert, dessen Freiheitsgrade und die Signifikanzbewertung (siehe erste Zeile der dritten Tabelle). In unserem Beispiel kann die Nullhypothese „Es gibt keinen Zusammenhang zwischen Geschlecht und Versuchsbedingung" nicht verworfen werden, denn das Resultat ist weit von statistischer Signifikanz entfernt.

In der vierten Tabelle schließlich sehen Sie Informationen zu Effektstärken. Phi und Cramers Index bzw. Cramer-V darf direkt als Korrelationsmaß zweier nominalskalierter Variablen interpretiert werden. Ihre Wertebereiche liegen zwischen 0 und 1, wobei 0 die stochastische Unabhängigkeit und 1 den perfekten Zusammenhang ausdrückt. Im vorliegenden Fall sind die beiden Werte identisch. Der Zusammenhang zwischen Geschlecht und Versuchsbedingung ist nahe an der stochastischen Unabhängigkeit und nicht signifikant von 0 verschieden.

Der im Buch zusätzlich vorgestellte Vierfelder-Chi²-Test (Kap. 9.3) ist eine Spezialform des hier allgemein besprochenen zweidimensionalen Chi²-Tests und resultiert mit obiger Prozedur immer dann, wenn beide nominalen Variablen jeweils zwei Stufen aufweisen. Deshalb ergeben sich keine prozeduralen Änderungen in der Durchführung mit SPSS im Vergleich zum allgemeinen Fall des k×l-Chi^2-Tests.

© Rasch, Friese, Hofmann & Naumann

Alternativer Lösungsweg für SPSS Version 17 und älter

Der Lösungsweg für den eindimensionalen Chi²-Test über die oben dargestellten Dialogfelder steht erst ab Version 18 von SPSS zur Verfügung. Im Folgenden ist der Lösungsweg über die alten Dialogfelder dargestellt. Dieser ist auch in aktuelleren Versionen von SPSS unter dem beschriebenen Pfad zu finden. Nutzer älterer Versionen können in der Pfadbeschreibung jeweils den Schritt „Alte Dialogfelder" ignorieren.

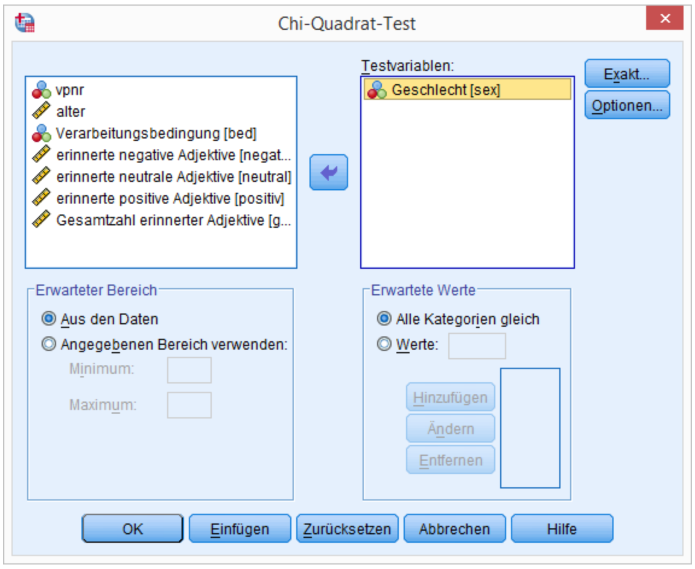
Alte Dialogfelder: Eindimensionaler Chi²-Test

Der eindimensionale χ^2-Test wird dann herangezogen, wenn die Versuchspersonen einer Population anhand eines Merkmals mit zwei oder mehr Stufen klassifiziert werden. Er lässt sich über das Menü „Analysieren" → „Nicht parametrische-Tests" → „Alte Dialogfelder" → „Chi-Quadrat" ausführen. In das Feld „Testvariablen" können Sie alle nominalskalierten Variablen verschieben, für die Sie Chi²-Statistiken berechnen möchten, also auch mehr als eine. Wir entscheiden uns für die Variable Geschlecht („sex") aus unserem Beispieldatensatz.

Annahme der Gleichverteilung

Unter der Gleichverteilungsannahme (siehe Kap. 9.1.1) sollten die Häufigkeiten über alle Stufen des Merkmals hinweg gleich sein. Diese Option ist voreingestellt unter der Rubrik „erwartete Werte" → „Alle Kategorien gleich".

Das fertige Befehlsfenster sieht folgendermaßen aus:



 © Rasch, Friese, Hofmann & Naumann

Sie erhalten diesen Output:

Geschlecht

	Beobachtete Anzahl	Erwartete Anzahl	Residuum
maennlich	52	75,0	-23,0
weiblich	98	75,0	23,0
Gesamtsumme	150		

Teststatistiken

	Geschlecht
Chi-Quadrat	14,107[a]
df	1
Asymp. Sig.	,000

a. 0 Zellen (0,0%) haben erwartete Häufigkeiten, die kleiner als 5 sind. Die kleinste erwartete Zellenhäufigkeit ist 75,0.

Die erste Tabelle enthält die beobachteten Häufigkeiten für jede Kategorie, die erwarteten Häufigkeiten, sowie die Abweichungen der beobachteten von den erwarteten Häufigkeiten („Residuum"). Die erwartete Häufigkeit pro Zelle bei Annahme der Gleichverteilung ergibt sich aus dem Stichprobenumfang N geteilt durch die Zellenanzahl, also in unserem Beispiel 150/2 = 75.

Die zweite Tabelle liefert den errechneten Chi²-Wert, die dazugehörigen Freiheitsgrade sowie die Fehlerwahrscheinlichkeit α unter der Nullhypothese. In diesem Beispiel weichen die beobachteten Häufigkeiten signifikant von den erwarteten ab, die Nullhypothese der Gleichverteilung kann demnach verworfen werden. Die Stichprobe umfasst signifikant mehr Frauen als Männer.

Das Rechenbeispiel wurde ungerichtet getestet. Bei Chi²-Tests mit zwei Stufen ist jedoch auch gerichtetes Testen möglich, sofern eine klare Hypothese über die Richtung eines Unterschieds besteht. Eine Bildungsforscherin könnte z.B. annehmen, dass sich Frauen stärker für ein Studium der Psychologie interessieren als Männer. Die obige Abweichung kann unter dieser gerichteten Annahme auch einseitig überprüft werden, indem das Signifikanzniveau halbiert wird.

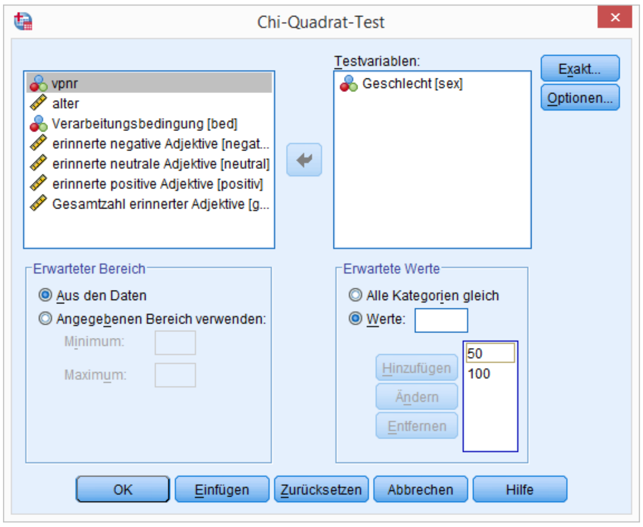
Nicht gleichverteilte Annahmen

Eine nicht gleichverteilte Annahme (siehe Kap. 9.1.1) ist dann gerechtfertigt, wenn man aufgrund theoretischer Überlegungen oder vorliegender Statistiken eine bestimmte Verteilung erwarten kann. Beispielsweise kann man in unserem Beispiel die statistische Durchschnittsverteilung von Frauen und Männern als Studierende der Psychologie zugrunde nehmen, die ungefähr bei 2:1 liegt. Frauen haben damit eine Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population von 2/3, bei Männern liegt die Wahrscheinlichkeit bei 1/3.

Die erwarteten Häufigkeiten für eine Zelle werden allgemein durch Multiplikation des Stichprobenumfangs N mit der jeweiligen Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population bestimmt. Bei 150 Studierenden würden wir also im Schnitt 100 Frauen und 50 Männer erwarten. Die erwarteten Häufigkeiten lassen sich in SPSS unter „erwartete Werte" eintragen. Hierbei ist

 © Rasch, Friese, Hofmann & Naumann

unbedingt darauf zu achten, dass die erwarteten Häufigkeiten gemäß der Reihenfolge der Kategorien in der nominalskalierten Variable eingegeben werden. Da in unserem Beispiel Männer mit 1 und Frauen mit 2 kodiert sind, geben wir nacheinander die Werte 50 und 100 ein. Das Befehlsfenster sieht nun wie folgt aus:



Der zugehörige Output lautet:

Geschlecht

	Beobachtete Anzahl	Erwartete Anzahl	Residuum
maennlich	52	50,0	2,0
weiblich	98	100,0	-2,0
Gesamtsumme	150		

Teststatistiken

	Geschlecht
Chi-Quadrat	,120[a]
df	1
Asymp. Sig.	,729

a. 0 Zellen (0,0%) haben erwartete Häufigkeiten, die kleiner als 5 sind. Die kleinste erwartete Zellenhäufigkeit ist 50,0.

Wenn die statistische Grundwahrscheinlichkeit von Männern und Frauen als Psychologiestudierende zugrunde gelegt wird, finden wir, dass die beobachteten Werte nicht signifikant von den erwarteten abweichen. Der Vergleich beider Rechnungen zeigt, dass das Ergebnis eines Chi²-Tests stark von der zugrundeliegenden Verteilungsannahme abhängt und dass diese Annahmen immer explizit gemacht werden müssen, damit das Ergebnis angemessen interpretiert werden kann. Um a priori sinnvolle Annahmen über Verteilungen machen zu können, sind Vorerfahrungen mit dem Forschungsgebiet und/oder fundierte theoretische Kenntnis der Materie unerlässlich.

 © Rasch, Friese, Hofmann & Naumann