mentelle Manipulation eindeutig die Ursache (von den statistischen Problemen einmal abgesehen). Bei einem Klassifikationsfaktor bestimmen organismische Variablen die Zuordnung der Gruppen (z. B. Geschlecht). Die bei einem Klassifikationsfaktor gefundenen Effekte können durch alle möglichen Merkmale verursacht werden, die mit der organismischen Variable korreliert sind.

i. Die Alternativhypothese einer Varianzanalyse ist immer ungerichtet. Ein signifikantes Ergebnis bedeutet deshalb nur, dass mindestens ein Gruppenmittelwert von einem anderen signifikant verschieden ist. Um zu bestimmen, welche Gruppen sich signifikant voneinander unterscheiden, ist eine Post-hoc-Analyse notwendig. Allerdings ist diese nur dann sinnvoll, wenn der Faktor mehr als zwei Stufen hat.

j. Über den Tukey HSD-Test kann die kleinste noch signifikante Differenz zwischen zwei Mittelwerten berechnet werden. Die tatsächlichen paarweisen Differenzen der Mittelwerte werden dann mit der »Honest Significant Difference« verglichen. Ist die tatsächliche Differenz größer als die HSD, dann sind die beiden betrachteten Gruppen signifikant voneinander verschieden.

Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1

$df_{Zähler} = df_{zwischen} = p - 1 = 4$
$df_{Nenner} = df_{innerhalb} = p \cdot (n - 1) = 60$ bei $\alpha = 0{,}1$: kritisches $F_{(4;60)} = 2{,}04$

Aufgabe 2

► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1

$\Omega^2 = 0{,}05 \Rightarrow \Phi^2 = 0{,}053$; $df_{Zähler} = 3$
Berechnung des Nonzentralitätsparameters: $\lambda = \Phi^2 \cdot N = 0{,}053 \cdot 100 = 5{,}3$
Tabelle TPF-3 (► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1 für $\alpha = 0{,}01$): Ein λ-Wert von 5,3 hat bei drei Zählerfreiheitsgraden eine Teststärke von < 50 %.

Aufgabe 3

► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1

Bei $1 - \beta = 0{,}9$ und $df_{Zähler} = 2$ kann man aus Tabelle TPF-6 (► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1 für $\alpha = 0{,}05$) einen Wert von $\lambda = 12{,}65$ ablesen. Mit $\Omega^2 = 0{,}25$ (entspricht $\Phi^2 = 0{,}33$) ergibt sich:

$$n_{pro\ Zelle} = \frac{\lambda}{p \cdot \Phi^2} = \frac{12{,}65}{3 \cdot 0{,}33} = 12{,}8$$

Man braucht insgesamt $N = 3 \cdot 13 = 39$ Versuchspersonen.

Aufgabe 4

a. Die »Varianz zwischen« muss null sein, damit ein F-Wert von null resultiert. Dieser Fall tritt auf, wenn alle vier Gruppenmittelwerte genau gleich sind.

b. Der F-Wert geht gegen unendlich, wenn die durchschnittliche geschätzte Fehlervarianz im Nenner gegen null geht. Alle Werte der Versuchspersonen müssten genau ihrem Mittelwert entsprechen, damit die Fehlervarianz innerhalb der Gruppen null wird.

c. $F_{\text{krit}\,(3;76)} = 2{,}76$

Aufgabe 5

Mittelwerte der Gruppen: $\bar{x}_1 = 4$; $\bar{x}_2 = 5$; $\bar{x}_3 = 8$; $\bar{x}_4 = 3$

a. Gesamtmittelwert: $\bar{G} = 5$

$$QS_{total} = \sum_{i=1}^{4}\sum_{m=1}^{5}(x_{im} - \bar{G})^2 = (2-5)^2 + (6-5)^2 + ... + (4-5)^2 + (2-5)^2$$
$$= 27 + 18 + 75 + 30 = 150$$

$$QS_{innerhalb} = \sum_{i=1}^{4}\sum_{m=1}^{5}(x_{im} - \bar{A}_i)^2 = (2-4)^2 + .. + (6-4)^2 + ... + (2-3)^2$$
$$= 22 + 18 + 30 + 10 = 80$$

$$QS_{zwischen} = \sum_{i=1}^{4} n \cdot (\bar{A}_i - \bar{G})^2$$
$$= 5 \cdot (4-5)^2 + 5 \cdot (5-5)^2 + 5 \cdot (8-5)^2 + 5 \cdot (3-5)^2 = 70$$

b. $\hat{\sigma}^2_{\text{innerhalb}} = \frac{80}{16} = 5$; $\hat{\sigma}^2_{\text{zwischen}} = \frac{70}{3} = 23{,}33$

c. $F_{(3;16)} = \frac{23{,}33}{5} = 4{,}67 \Rightarrow$ signifikant auf dem 5%-Niveau ($F_{krit(3;16)} = 3{,}24$).

Aufgabe 6

a.

Quelle der Variation	*QS*	*df*	*MQS*	*F*
Zwischen	140	2	70	14
Innerhalb	1985	397	5	
Total	2125	399		

Das Ergebnis ist auf dem 1%-Niveau signifikant ($F_{krit(2;200)} = 4{,}71$).

b. $f^2 = \frac{(F-1) \cdot df_{Zähler}}{N} = \frac{(14-1) \cdot 2}{400} = 0{,}065 \Rightarrow \omega^2 = \frac{f^2}{1+f^2} = \frac{0{,}065}{(1+0{,}065)} \approx 0{,}061$

c. Der *F*-Wert für eine Mittelwertsdifferenz wird umso größer, je mehr Versuchspersonen beteiligt sind. Der Effekt standardisiert diesen *F*-Wert an der Versuchspersonenanzahl und ist somit ein davon unabhängiges Maß für die Gruppenunterschiede.

Aufgabe 7

a. $\hat{\sigma}^2_{\text{Zwischen}} = 234$

b. $F_{(2;51)} = \frac{234}{62{,}8} = 3{,}73$; $F_{krit(2;51)} = 3{,}23 \Rightarrow$ Das Ergebnis ist signifikant ($F_{emp} > F_{krit}$).

c. $f^2 = \frac{(F-1) \cdot df_{Zähler}}{N} = \frac{(3{,}73-1) \cdot 2}{54} = 0{,}101 \Rightarrow \omega^2 = \frac{f^2}{1+f^2} = \frac{0{,}101}{(1+0{,}101)} \approx 0{,}09$

d. $\text{HSD} = q_{krit(\alpha=5\%;r=3;df_{innerhalb}=51)} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_{\text{innerhalb}}}{n}} = 3{,}44 \cdot \sqrt{\frac{62{,}8}{18}} = 6{,}43$

Nur die Gruppen in einer positiven und negativen Stimmung unterschieden sich signifikant voneinander, da nur der Betrag der empirischen Mittelwertsdifferenz zwischen diesen beiden Gruppen (Diff. = 7) den kritischen *q*-Wert übersteigt.

Aufgabe 8

a. $F_{(2;529)} = \frac{151,43}{1,6} = 94,64$; $F_{krit(2;200)} = 3,04 \Rightarrow$ Das Ergebnis ist signifikant ($F_{emp} > F_{krit}$).

b. $f^2 = \frac{(F-1) \cdot df_{Zähler}}{N} = \frac{(94,64-1) \cdot 2}{532} = 0,35 \Rightarrow \omega^2 = \frac{f^2}{1+f^2} = \frac{0,35}{(1+0,35)} \approx 0,26$

c. Nonzentralitätsparameter bestimmen: $\lambda_{\alpha=0,05;df=2;1-\beta=0,9} = 12,65$, Stichprobenumfangsplanung:

$$N = \frac{\lambda}{\frac{\Omega^2}{1-\Omega^2}} = \frac{12,65}{\frac{0,25}{1-0,25}} = 37,95 \Rightarrow 13 \text{ Versuchspersonen pro Gruppe}$$

Lösungen zu Kapitel 6

Verständnisaufgaben

a. Der Haupteffekt A, der Haupteffekt B und die Wechselwirkung A×B.
b. Nein, denn die drei Effekte (Haupteffekt A, Haupteffekt B und Wechselwirkung A×B) sind vollständig unabhängig voneinander. Ein Effekt kann allein oder zusammen mit einem oder beiden anderen Effekten auftreten.
c. Die Wechselwirkung A×B oder Interaktion beschreibt den gemeinsamen Einfluss von bestimmten Stufen der zwei Faktoren auf die abhängige Variable. Sie erfasst das Zusammenwirken von Faktorstufen. Mathematisch zeigt sie sich in der Abweichung der beobachteten Zellmittelwerte von den aufgrund der Haupteffekte zu erwartenden Zellmittelwerten.
d. Es ergeben sich folgende inhaltliche Interpretationen:
   1. Nur der Faktor A wird signifikant: Die Stärke des Lärms hat einen Einfluss auf die Konzentrationsleistung. Zum Beispiel könnte die Konzentrationsleistung bei niedrigem Lärm größer sein als bei hohem Lärm. Die Stärke der Beleuchtung hat keinen Einfluss. Der Einfluss des Lärms ist außerdem unabhängig von der Beleuchtungsstärke, d. h., bei starker Beleuchtung ist der Einfluss des Lärms genauso groß wie bei schwacher Beleuchtung.
   2. Nur der Faktor B wird signifikant. Die Stärke der Beleuchtung hat einen Einfluss auf die Konzentrationsleistung, Lärm dagegen nicht. Der Einfluss der Beleuchtungsstärke ist unabhängig von der Stärke des Lärms.
   3. Faktor A und B werden signifikant, die Wechselwirkung nicht: Die Stärke des Lärms und die Beleuchtungsstärke haben einen eigenständigen Einfluss auf die Konzentrationsleistung. Die Einflüsse von Lärm und Beleuchtung sind unabhängig voneinander, d. h., der Einfluss des Lärms ist genauso groß bei starker wie bei schwacher Beleuchtung. Ebenso ist der Einfluss der Beleuchtungsstärke bei großem Lärm genauso groß wie bei geringem Lärm.
   4. Nur die Wechselwirkung wird signifikant: Lärm und Beleuchtungsstärke haben keinen eigenständigen Einfluss auf die Konzentrationsleistung. Im Durchschnitt bleibt die Konzentrationsleistung bei hohem und niedrigem Lärm gleich. Dasselbe gilt für schwache und starke Beleuchtung. Allerdings üben die beiden Faktoren einen gemeinsamen Einfluss auf die Konzentrationsleistung aus, d. h., die Einflüsse bestimmter Kombinationen von Faktoren auf die Konzentrationsleistung unterscheiden sich. So könnte es sein, dass bei niedrigem Lärm und schwacher Beleuchtung sowie bei hohem Lärm und starker Beleuchtung die Leistung sehr niedrig ist, während sie in den anderen