beiden Kombinationen sehr hoch ist. (Dieses Ergebnis wäre aber in diesem Beispiel nicht plausibel.)

5. Der Faktor A und die Wechselwirkung werden signifikant: Lärm hat einen eigenständigen Einfluss auf die Konzentrationsleistung. Allerdings ist der Einfluss des Lärms bei starker Beleuchtung anders als bei schwacher Beleuchtung.
6. Der Faktor B und die Wechselwirkung werden signifikant: Die Beleuchtungsstärke hat einen eigenständigen Einfluss auf die Konzentrationsleistung. Allerdings ist der Einfluss der Beleuchtungsstärke bei starkem Lärm anders als bei schwachem Lärm.
7. Alle drei Effekte werden signifikant: Lärm und Beleuchtungsstärke haben einen eigenständigen Einfluss auf die Konzentrationsleistung. Die Art des Einflusses ist aber abhängig von der jeweiligen Stufe des anderen Faktors: Der Einfluss des Lärms ist bei schwacher Beleuchtung anders als bei starker, der Einfluss der Beleuchtungsstärke ist bei hohem Lärm anders als bei niedrigem Lärm.

e. Allgemein lässt sich eine Wechselwirkung als Abweichung der tatsächlichen Zellmittelwerte von den aufgrund der Haupteffekte zu erwartenden Zellmittelwerten darstellen. Haben beide Faktoren einer zweifaktoriellen ANOVA nur zwei Stufen, so weist bereits eine Nichtparallelität der zwischen den Zellmittelwerten gezeichneten Geraden auf eine Wechselwirkung hin.

Anwendungsaufgaben

Aufgabe 1

Effektgröße bei $df_{Zähler} = df_{\mathrm{A}} = 1$ und $N = 40$ (zu berechnen aus df_{Nenner}):

$$f^2 = \frac{(F-1)\cdot df_{Zähler}}{N} = \frac{12\cdot 1}{40} = 0{,}3$$

$$\omega^2_{\mathrm{p}} = \frac{f^2}{1+f^2} = \frac{0{,}3}{1{,}3} \approx 0{,}23$$

Der aufgedeckte Effekt beträgt also etwa 23 %.

Aufgabe 2

a. Haupteffekt A, Haupteffekt B
b. Haupteffekt A, Wechselwirkung A×B
c. Haupteffekt A, Haupteffekt B, Wechselwirkung A×B
d. Haupteffekt B

Aufgabe 3

a. Die Hypothesen zielen auf den Haupteffekt »Computerspiel« und die Wechselwirkung »Neurotizismus × Computerspiel« ab. Hier ist jeweils die H_1 relevant.

b.

1. Quadratsummen: $Q_{S innerhalb} = 1080$ (gegeben)

$$QS_{\mathrm{A}} = \sum_{i=1}^{p} n\cdot q\cdot(\bar{A}_i - \bar{G})^2 = 48\cdot 1 + 48\cdot 1 = 96$$

$$QS_{\mathrm{B}} = \sum_{j=1}^{q} n\cdot p\cdot(\bar{B}_j - \bar{G})^2 = 32\cdot 1 + 32\cdot 0{,}25 + 32\cdot 2{,}25 = 112$$

$$QS_{\mathrm{A\times B}} = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{q} n\cdot[\overline{AB}_{ij} - (\bar{A}_i + \bar{B}_j - \bar{G})]^2 = 16+4+4+16+4+4 = 48$$

2. Freiheitsgrade:

$$df_{\mathrm{A}} = 1\,;\ df_{\mathrm{B}} = 2\,;\ df_{\mathrm{A\times B}} = 2\,,\ df_{inn} = 90$$

3. Varianzen:

$$\hat{\sigma}^2_{\mathrm{A}} = 96\,;\ \hat{\sigma}^2_{\mathrm{B}} = 56\,;\ \hat{\sigma}^2_{\mathrm{A\times B}} = 24\,;\ \hat{\sigma}^2_{\mathrm{inn}} = 12$$

4. *F*-Brüche:
   - Haupteffekt A: $F_{(1;90)} = 8$; $F_{krit} \approx 4$; $\alpha < 0{,}05$
   - Haupteffekt B: $F_{(2;90)} = 4{,}66$; $F_{krit} \approx 3{,}1$; $\alpha < 0{,}05$
   - Wechselwirkung: $F_{(2;90)} = 2$; $F_{krit} \approx 3{,}1$; nicht signifikant

c.

Quelle der Variation	QS	df	MQS	F	α
Haupteffekt Computerspiel	96	1	96	8	< 0,05
Haupteffekt Neurotizismus	112	2	56	4,66	< 0,05
Wechselwirkung	48	2	24	2	n.s.
Residual	1080	90	12	–	–
Total	1336	95	–	–	–

d. Der Wechselwirkungseffekt ist nicht signifikant geworden. Teststärke: $\Omega_p^2 = 0{,}10 \Rightarrow \Phi^2 = 0{,}11$; $df_{Z\ddot{a}hler} = 2$

Berechnung des Nonzentralitätsparameters: $\lambda = \Phi^2 \cdot N = 0{,}11 \cdot 96 = 10{,}6$

Tabelle TPF-6 (► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1 für $\alpha = 0{,}05$): Ein λ-Wert von 10,6 hat bei zwei Zählerfreiheitsgraden eine Teststärke zwischen 80 % und 85 % ($0{,}80 < 1 - \beta < 0{,}85$). Die H_1 kann nicht verworfen werden; es ist keine Entscheidung möglich.

► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1

e. Bei $1 - \beta = 0{,}95$ und $df_{Z\ddot{a}hler} = 2$ kann man aus Tabelle TPF-6 (► Tabelle C im Anhang A2 von Band 1 für $\alpha = 0{,}05$) einen Wert von $\lambda = 15{,}44$ ablesen. Mit $\Omega_p^2 = 0{,}1$ (entspricht $\Phi^2 = 0{,}11$) ergibt sich:

$$n_{pro\ Zelle} = \frac{\lambda}{p \cdot q \cdot \Phi^2} = \frac{15{,}44}{3 \cdot 2 \cdot 0{,}11} = 23{,}39\,.$$

Es sind 24 Versuchspersonen pro Zelle notwendig, um einen Wechselwirkungseffekt von 10 % mit 95%-iger Wahrscheinlichkeit aufzudecken.

Aufgabe 4

a.

	Jedes Mal	Jedes zweite Mal	Jedes dritte Mal	
Geld	4,4	4,0	3,4	3,93
Süßigkeit	4,0	3,6	3,0	3,53
Lob	4,0	4,4	5,0	4,47
	4,13	4,0	3,8	

Quelle der Variation	*QS*	*df*	*MQS*	*F*	*p*
Häufigkeit der Belohnung	0,84	2	0,42	0,85	n. s.
Art der Belohnung	6,58	2	3,29	6,66	< 0,01
Art × Häufigkeit	6,76	4	1,69	3,42	< 0,05
Innerhalb	17,80	36	0,49		
Total	31,98	44			

b. Signifikanzprüfung der einzelnen Ergebnisse ($\alpha = 0{,}05$):
   1. Der Faktor A (Häufigkeit der Belohnung) wurde nicht signifikant. Die Häufigkeit der Belohnung hat keinen eigenständigen Einfluss auf das Kooperationsverhalten der Kinder.
   2. Der Faktor B (Art der Belohnung) ist auf dem 1%-Niveau signifikant: Lob hat den stärksten Einfluss auf das kooperative Verhalten der Kinder, Süßigkeiten haben den geringsten Einfluss (Abb. 1). Zur Klärung der Frage, ob sich der Einfluss des Geldes signifikant von dem Einfluss von Süßigkeiten oder Lob unterscheidet, ist das Heranziehen eines Post-hoc-Tests notwendig.

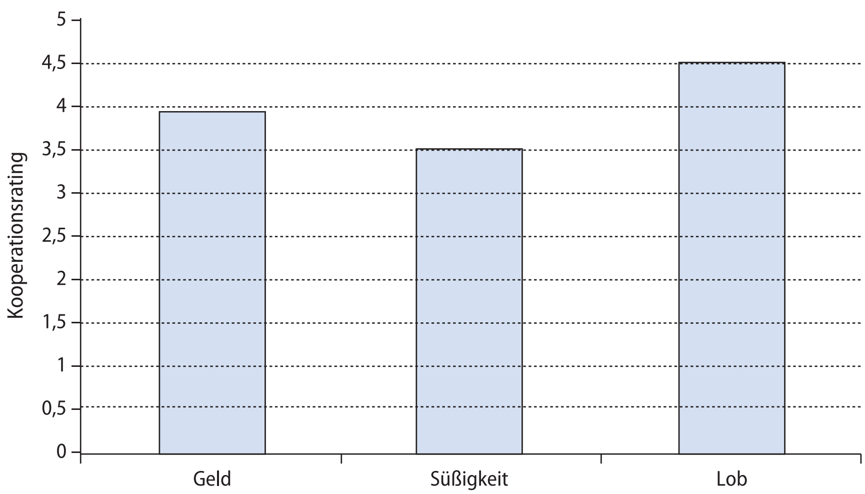

Abb. 1

   3. Die Interaktion Art der Belohnung × Häufigkeit der Belohnung ist signifikant. Die Art des Zusammenhangs lässt sich nur mithilfe der Zellmittelwerte aus der Tabelle erschließen. In der Grafik (Abb. 2) sind die Zellmittelwerte eingetragen. Es ist zu sehen, dass Lob am geringsten wirkt, wenn jedes Mal belohnt wird, und dass der Einfluss mit abnehmender Häufigkeit des Lobes zunimmt. Bei Geld und Süßigkeiten dagegen zeigt sich ein gegenläufiger Einfluss: Die Wirkung wird umso stärker, je häufiger belohnt wird.

c. Siehe Aufgabe 4b.

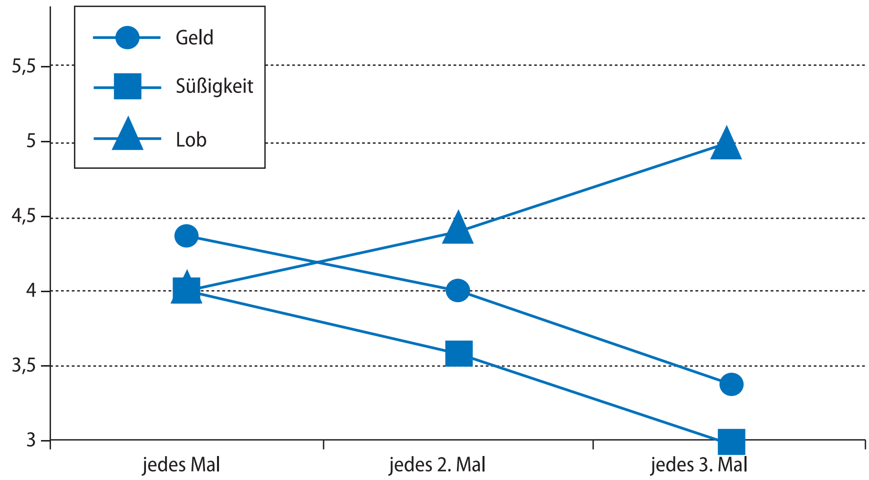

Abb. 2

Aufgabe 5

a.

- Haupteffekt A: $F_{(1;126)} = 16{,}14$; $p < 0{,}1$ (für $\alpha = 0{,}05$: $F_{krit(1;120)} = 3{,}92$)
- Haupteffekt B: $F_{(2;126)} = 1{,}34$; n. s. (für $\alpha = 0{,}05$: $F_{krit(2;120)} = 3{,}07$)
- Wechselwirkung A×B: $F_{(2;126)} = 9{,}41$; $p < 0{,}1$ (für $\alpha = 0{,}05$: $F_{krit(2;120)} = 3{,}07$)

b. Das Heranziehen eines Post-hoc-Tests ist nur für die Wechselwirkung interessant. Der Haupteffekt A ist zwar signifikant, hat aber nur zwei Stufen, wodurch sich die Frage nach signifikanten Gruppenunterschieden erübrigt. Der F-Wert des Haupteffekts B ist nicht signifikant. Deshalb sind hier auch keine signifikanten Unterschiede zwischen den Gruppen zu erwarten.

c.

$$q_{krit(5\%;6;120)} = 4{,}1\,;\ \mathrm{HSD}_{(A\times B)} = q_{krit(5\%;6;120)} \cdot \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2_{\mathrm{Res}}}{n_{\mathrm{HSD}(A\times B)}}} = 4{,}1 \cdot \sqrt{\frac{8{,}18}{22}} = 2{,}5$$

Differenzen (Zeile – Spalte) negativ		**Starke Argumente**			**Schwache Argumente**		
		neutral	**positiv**	**negativ**	**neutral**	**positiv**	
Starke Argumente	**negativ**		0	3*	4*	3*	2
	neutral			3*	4*	3*	2
	positiv				1	0	–1
Schwache Argumente	**negativ**					–1	–2
	neutral						–1
	positiv						

Signifikante Unterschiede der Zellmittelwerte sind mit einem Sternchen (*) gekennzeichnet.

d. Die grafische Darstellung der Wechselwirkung zeigt, dass der Unterschied zwischen dem Einfluss der starken und der schwachen Argumente auf die Einstellung für das Abschalten von Atomkraftwerken bei positiver Stimmung verschwindet (Abb. 3). Dieses Ergebnis lässt sich dahingehend interpretieren, dass Versuchspersonen unter positiver Stimmung Argumente nicht mehr so systematisch verarbeiten, sodass die Stärke der Argumente eine geringe Rolle für die Einstellung spielt. In negativer und neutraler Stimmung dagegen kommt der

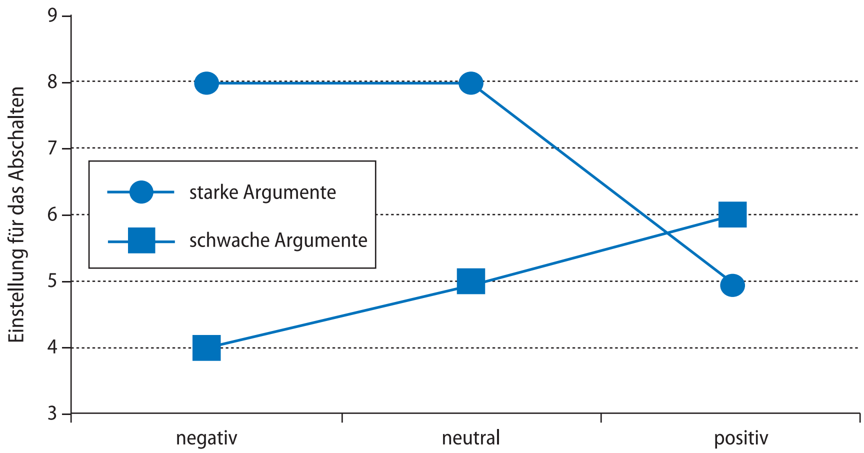

Abb. 3

Stärke der Argumente eine entscheidende Funktion für den Grad der Zustimmung zu. Das Ergebnis bestätigt damit die Hypothese.

Lösungen zu Kapitel 7

Verständnisaufgaben

a. Die Gesamtvarianz lässt sich in die Varianz zwischen Personen und die Varianz innerhalb Personen zerlegen. Die Zwischenvarianz besteht bei der einfaktoriellen Varianzanalyse mit Messwiederholung aus der Personenvarianz, d. h. der Varianz, die auf systematische Unterschiede zwischen den Versuchspersonen zurückzuführen ist. Die Varianz innerhalb teilt sich wiederum auf in die Effektvarianz des messwiederholten Faktors sowie die Residualvarianz. Die Residualvarianz vereinigt untrennbar die Wechselwirkung des messwiederholten Faktors mit dem Personenfaktor sowie die restlichen unsystematischen Einflüsse.
b. In der strengen Form besagt die spezifische Voraussetzung der Varianzanalyse mit Messwiederholung, dass alle Korrelationen zwischen den einzelnen Stufen des messwiederholten Faktors homogen sein sollten (Homogenität der Korrelationen). In der Regel achtet man aber darauf, ob die liberalere Zirkularitätsannahme erfüllt ist. Die Zirkularitätsannahme erfordert, dass alle Varianzen der Differenzen zweier Faktorstufen gleich groß sind. Diese Annahme kann mit dem Mauchly-Test auf Sphärizität überprüft werden. Wenn die Zirkularitätsannahme verletzt ist, sind Korrekturverfahren (z. B. Greenhouse-Geisser, Huynh-Feldt) angezeigt, die zu einer Adjustierung der Freiheitsgrade des interessierenden *F*-Bruchs führen.
c. Der Haupteffekt des messwiederholten Faktors A, der Haupteffekt des messwiederholten Faktors B sowie die Wechselwirkung zwischen A und B.
d. Die Messwiederholung hat den Vorteil, dass individuelle Unterschiede zwischen Personen in Bezug auf das interessierende Merkmal berücksichtigt werden können und diese Varianzquelle aus der Gesamtvarianz herausgerechnet werden kann. Dadurch ist das Verfahren – besonders bei Merkmalen, die innerhalb von Personen relativ stabil sind und sich zwischen Personen stark unterscheiden – teststärker als nicht messwiederholte Verfahren. Das bedeutet, dass systematische Effekte leichter nachgewiesen werden können. Der Nachteil der Messwiederholung ist, dass die wiederholte Messung zu generellen Übungseffekten (oder