

## Aufgaben zu Kapitel 5:

### Aufgabe 1:

Ein Wissenschaftler untersucht, in wie weit die Reaktionszeit auf bestimmte Stimuli durch finanzielle Belohnung zu steigern ist. Er möchte vier Bedingungen vergleichen: Keine Belohnung, 5€, 10€ und 20€. Er erwartet einen mittleren Effekt.

- Wie viele Versuchspersonen benötigt er, um bei einem Signifikanzniveau von  $\alpha = 5\%$  den erwarteten Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% zu finden?
- Wie viele Versuchspersonen müsste er für einen kleinen bzw. einen großen Effekt erheben?

### Aufgabe 2:

Nach der Berechnung einer einfaktoriellen Varianzanalyse hat sich folgender R Output ergeben:

```
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
uv         2  34.02  17.011    4.747  0.011 *
Residuals 87 311.77   3.584
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

- Ist das Ergebnis signifikant?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der empirische  $F$ -Wert unter der Nullhypothese auftritt?
- Wie viele experimentelle Bedingungen wurden in der Untersuchung miteinander verglichen?
- Welche Bedingungen unterscheiden sich signifikant voneinander?
- Wie viele Versuchspersonen wurden insgesamt untersucht?

### Aufgabe 3:

In einer Untersuchung zum Einfluss von Belohnung auf Reaktionszeiten haben sich folgende Daten ergeben. Die Tabelle gibt die mittleren Reaktionszeiten (in Millisekunden) der einzelnen Versuchspersonen in den verschiedenen experimentellen Bedingungen wieder. In jeder Bedingung wurden unterschiedliche Versuchspersonen untersucht:

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Aufgaben mit R und G\*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

---

Keine Belohnung	5€	10€	20€
534 ms	493 ms	372 ms	420 ms
260 ms	215 ms	210 ms	299 ms
237 ms	283 ms	295 ms	308 ms
437 ms	321 ms	319 ms	222 ms
353 ms	258 ms	311 ms	265 ms
523 ms	439 ms	329 ms	273 ms
635 ms	248 ms	259 ms	320 ms
274 ms	275 ms	219 ms	267 ms
320 ms	342 ms	234 ms	201 ms
302 ms	230 ms	190 ms	240 ms

- Geben Sie die Daten in R ein.
- Rechnen Sie eine einfaktorielle Varianzanalyse ( $\alpha = 5\%$ ). Unterscheiden sich die Gruppen signifikant voneinander? Wie groß ist der Effekt?
- Wie groß sind die Mittelwerte der einzelnen experimentellen Bedingungen?
- Welche Gruppen unterscheiden sich signifikant voneinander?
- Wie groß war die Teststärke dieser Untersuchung, einen mittleren Effekt zu finden?

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Lösungen

### Aufgabe 1

a) Ein Effekt von  $f = 0,25$  ( $\Omega^2 = 0,06$ ) ist nach den Konventionen von Cohen ein mittlerer Effekt.

Input Parameters		Output Parameters		
Test family	F tests	Statistical test	ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way	
Type of power analysis	A priori: Compute required sample size - given $\alpha$ , power, and effect size			
Determine =>	Effect size f	0.25	Noncentrality parameter $\lambda$	11.2500000
	$\alpha$ err prob	0.05	Critical F	2.6559389
	Power ( $1 - \beta$ err prob)	0.80	Numerator df	3
	Number of groups	4	Denominator df	176
			Total sample size	180
			Actual power	0.8039869

Der Wissenschaftler benötigt insgesamt 180 Personen (45 pro Gruppe), um in seiner Untersuchung einen mittleren Effekt mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% zu finden.

b) Um einen kleinen Effekt von  $f = 0,1$  ( $\Omega^2 = 0,01$ ) mit einer Teststärke von mindestens 80% zu finden, müsste der Wissenschaftler 1096 Personen erheben (274 pro Gruppe). Für einen großen Effekt von  $f = 0,4$  ( $\Omega^2 = 0,14$ ) wären es nur 76 (19 pro Gruppe). An diesem Beispiel wird sehr eindrücklich deutlich, wie dramatisch die Größe des zu erwartenden Effektes bei ansonsten gleich bleibenden Rahmenbedingungen die benötigte Stichprobengröße verändert.

Input Parameters		Output Parameters		
Determine =>	Effect size f	0.10	Noncentrality parameter $\lambda$	10.9600000
	$\alpha$ err prob	0.05	Critical F	2.6130528
	Power ( $1 - \beta$ err prob)	0.80	Numerator df	3
	Number of groups	4	Denominator df	1092
			Total sample size	1096
			Actual power	0.8007324

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Aufgaben mit R und G\*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>	Effect size f	Noncentrality parameter $\lambda$	12.1600000
	$\alpha$ err prob	Critical F	2.7318070
	Power (1- $\beta$ err prob)	Numerator df	3
	Number of groups	Denominator df	72
		Total sample size	76
		Actual power	0.8234006

### Aufgabe 2

- Die einfaktorielle Varianzanalyse liefert ein signifikantes Ergebnis ( $p < 0,05$ ).
- Die Wahrscheinlichkeit, dass der  $F$ -Wert ( $F_{(2;87)} = 4,747$ ) unter der Annahme der Nullhypothese auftritt, ist sehr klein ( $p = 0,011$ ).
- Die Anzahl der Zählerfreiheitsgrade ist  $df_{zwischen} = 2$ . Die Anzahl der Zählerfreiheitsgrade berechnet sich im Fall der einfaktoriellen Varianzanalyse nach  $df_{zwischen} = p - 1$ . Es wurden also drei experimentelle Bedingungen miteinander verglichen.
- Eine Varianzanalyse vergleicht alle experimentellen Bedingungen simultan miteinander. Ein signifikantes Ergebnis weist nur darauf hin, dass sich irgendeine Bedingung signifikant von mindestens einer anderen Bedingung unterscheidet. Welche Bedingungen sich genau unterscheiden, lässt sich erst mit Hilfe einer Post Hoc Analyse klären.
- Die Anzahl der Nennerfreiheitsgrade ergibt sich in einer einfaktoriellen Varianzanalyse aus  $df_{innerhalb} = p \cdot (n - 1)$ . Pro Gruppe wurden also  $(87 / 3) + 1 = 30$  Versuchspersonen erhoben, insgesamt  $N = 90$ .

### Aufgabe 3

- Vor der Eingabe der Daten sollten Sie zunächst zwei Variablen definieren. Die erste Variable (unabhängige Variable UV) kodiert die experimentelle Bedingung („Belohnung“). Um Faktoren nach einem bestimmten Muster zu erstellen, verwenden Sie die Funktion `gl()`. Als erstes geben Sie die Anzahl der Stufen an, danach die Anzahl der Wiederholungen einer Stufe und mit dem Argument `labels` können Sie dann die Namen der Bedingungen angeben. Die zweite Variable ist die abhängige Variable (AV) und beinhaltet die Reaktionszeit. Geben Sie die Daten spaltenweise ein.

```
Belohnung <- gl(4, 10, labels = c("keine Belohnung", "5 Euro",  
                                "10 Euro", "20 Euro"))  
Reaktionszeit <- c(534, 260, 237, 437, 353, 523, 635, 274, 320, 302,  
                  493, 215, 283, 321, 258, 439, 248, 275, 342, 230,
```

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

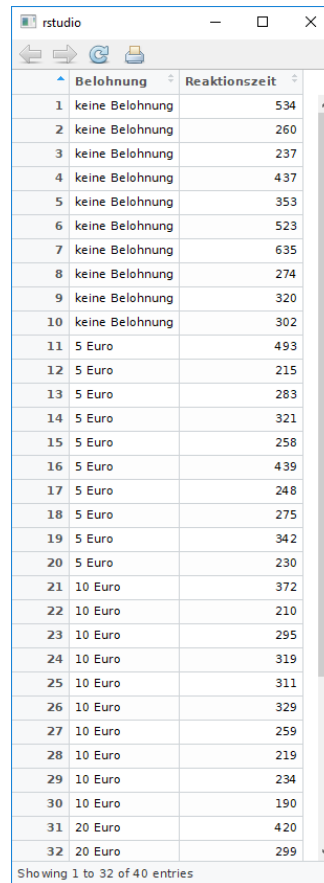
Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Aufgaben mit R und G\*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

```
372, 210, 295, 319, 311, 329, 259, 219, 234, 190,  
420, 299, 308, 222, 265, 273, 320, 267, 201, 240)  
aufgabe3 <- data.frame(Belohnung, Reaktionszeit)
```

Sie erhalten das folgende Datenfenster.



	Belohnung	Reaktionszeit
1	keine Belohnung	534
2	keine Belohnung	260
3	keine Belohnung	237
4	keine Belohnung	437
5	keine Belohnung	353
6	keine Belohnung	523
7	keine Belohnung	635
8	keine Belohnung	274
9	keine Belohnung	320
10	keine Belohnung	302
11	5 Euro	493
12	5 Euro	215
13	5 Euro	283
14	5 Euro	321
15	5 Euro	258
16	5 Euro	439
17	5 Euro	248
18	5 Euro	275
19	5 Euro	342
20	5 Euro	230
21	10 Euro	372
22	10 Euro	210
23	10 Euro	295
24	10 Euro	319
25	10 Euro	311
26	10 Euro	329
27	10 Euro	259
28	10 Euro	219
29	10 Euro	234
30	10 Euro	190
31	20 Euro	420
32	20 Euro	299

- b) Die Variable „Belohnung“ ist der Faktor (oder die UV), die Variable „Reaktionszeit“ die abhängige Variable. Zuerst lassen Sie sich die deskriptiven Statistiken ausgeben:

```
library(psych)  
describeBy(aufgabe3$Reaktionszeit, aufgabe3$Belohnung)
```

```
Descriptive statistics by group  
group: keine Belohnung  
vars n mean sd median trimmed mad min max range skew kurtosis se  
x1 1 10 387.5 136.78 336.5 375.38 130.47 237 635 398 0.51 -1.41 43.25  
-----  
group: 5 Euro  
vars n mean sd median trimmed mad min max range skew kurtosis se  
x1 1 10 310.4 91.41 279 299.5 67.46 215 493 278 0.84 -0.8 28.91
```

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Aufgaben mit R und G\*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

```
-----  
group: 10 Euro  
  vars n mean   sd median trimmed  mad min max range skew kurtosis   se  
x1    1 10 273.8 60.06   277    272 70.42 190 372   182 0.09   -1.57 18.99  
-----  
group: 20 Euro  
  vars n mean   sd median trimmed  mad min max range skew kurtosis   se  
x1    1 10 281.5 61.44   270    274.25 50.41 201 420   219 0.83    0.01 19.43
```

Als nächstes berechnen Sie die einfaktorielle Varianzanalyse:

```
anova4 <- aov(Reaktionszeit ~ Belohnung)  
summary(anova4)
```

```
              Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)  
aufgabe3$Belohnung  3  80855    26952    3.13 0.0375 *  
Residuals          36 310011     8611  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Die einfaktorielle Varianzanalyse liefert ein signifikantes Ergebnis ( $p < 0,05$ ).

Um die Effektstärke zu berechnen, müssen Sie in G\*Power die Mittelwerte und Größen der einzelnen Gruppen eingeben. Außerdem müssen sie per Hand die mittlere Streuung der Gruppen berechnen:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_1^2 + \hat{\sigma}_2^2 + \hat{\sigma}_3^2 + \hat{\sigma}_4^2}{4}} = \sqrt{\frac{136,78^2 + 91,41^2 + 60,06^2 + 61,44^2}{4}} = 92,80$$

Dies führt Sie zu folgendem Fenster zur Berechnung der Effektgröße.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

Group	Mean	Size
1	387.5	10
2	310.4	10
3	273.8	10
4	281.5	10

Number of groups: 4  
 SD  $\sigma$  within each group: 92.8  
 Equal n: 10  
 Total sample size: 40  
 Effect size f: 0.4844808

Es ist ebenfalls möglich, den Effekt über die Varianzen zu berechnen. Auch dafür finden Sie die Angaben im R Output. In Kapitel 6 wird näher darauf eingegangen, welche Werte konkret eingesetzt werden müssen. Der auf diesem Weg berechnete Effekt ist etwas größer. Beide Berechnungsarten kommen aber zu einem großen Effekt nach Cohen (1988).

From variances  
 Variance explained by special effect: 80855.4  
 Variance within groups: 310011  
 Direct  
 Partial  $\eta^2$ : 0.206862  
 Effect size f: 0.5107001

- c) Wenn Sie sich nur die Mittelwerte der Bedingungen anzeigen lassen möchten, können Sie hierfür auch die Funktion `aggregate()` verwenden. Mit ihr lässt sich der Datensatz so unterteilen, dass Sie die Funktion `mean()` für jede Bedingung anwenden. Geben Sie hierfür zunächst die Variable an, mit der Sie die Berechnung durchführen wollen, danach die Variable, nach der der Datensatz unterteilt werden soll und als letztes die Funktion, also das Maß, das Sie berechnen wollen

```
aggregate(aufgabe3$Reaktionszeit,
          list(aufgabe3$Belohnung), mean)
```

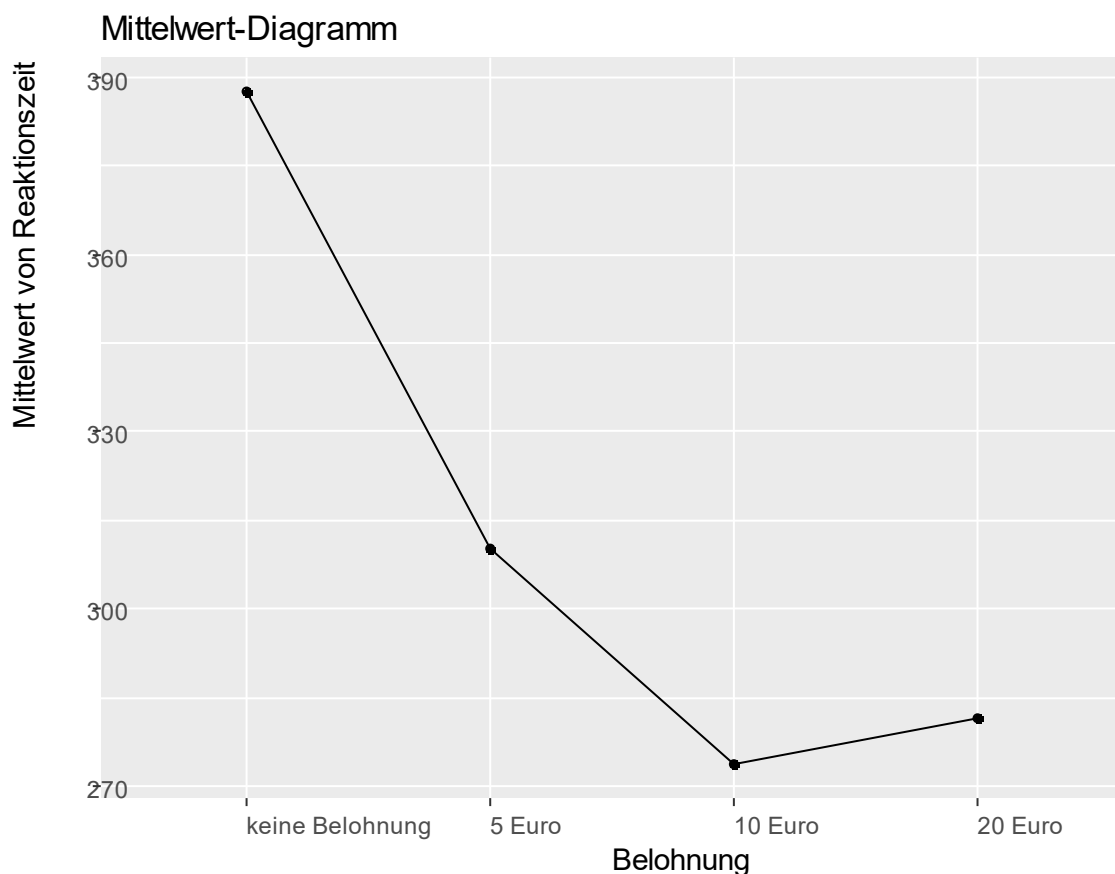
Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

	Group.1	x
1	keine Belohnung	387.5
2	5 Euro	310.4
3	10 Euro	273.8
4	20 Euro	281.5

Die Mittelwerte lassen sich auch als Diagramm darstellen.

```
linie <- ggplot(aufgabe3, aes(aufgabe3$Belohnung,  
                             aufgabe3$Reaktionszeit)) +  
  stat_summary(fun.y = mean, geom = "point") +  
  stat_summary(fun.y = mean, geom = "line", aes(group = 1)) +  
  labs(title = "Mittelwert-Diagramm",  
        x = "Belohnung", y = "Mittelwert von Reaktionszeit")  
linie
```



- d) Für die Beantwortung der Frage, welche der experimentellen Bedingungen sich signifikant unterscheiden, ist eine Post Hoc Analyse notwendig. Führen Sie dafür z.B. den Tukey HSD Test aus.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.



```
library(multcomp)
posthoc2 <- glht(anova4, linfct = mcp(Belohnung="Tukey"))
summary(posthoc2)
confint(posthoc2)
```

### Simultaneous Tests for General Linear Hypotheses

Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts

Fit: aov(formula = Reaktionszeit ~ Belohnung)

Linear Hypotheses:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )
5 Euro - keine Belohnung == 0	-77.1	41.5	-1.858	0.2640
10 Euro - keine Belohnung == 0	-113.7	41.5	-2.740	0.0448 *
20 Euro - keine Belohnung == 0	-106.0	41.5	-2.554	0.0683 .
10 Euro - 5 Euro == 0	-36.6	41.5	-0.882	0.8142
20 Euro - 5 Euro == 0	-28.9	41.5	-0.696	0.8978
20 Euro - 10 Euro == 0	7.7	41.5	0.186	0.9977

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Adjusted p values reported -- single-step method)

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

```

Simultaneous Confidence Intervals

Multiple Comparisons of Means: Tukey Contrasts

Fit: aov(formula = Reaktionszeit ~ Belohnung)

Quantile = 2.6949
95% family-wise confidence level

Linear Hypotheses:

```

	Estimate	lwr	upr
5 Euro - keine Belohnung == 0	-77.1000	-188.9391	34.7391
10 Euro - keine Belohnung == 0	-113.7000	-225.5391	-1.8609
20 Euro - keine Belohnung == 0	-106.0000	-217.8391	5.8391
10 Euro - 5 Euro == 0	-36.6000	-148.4391	75.2391
20 Euro - 5 Euro == 0	-28.9000	-140.7391	82.9391
20 Euro - 10 Euro == 0	7.7000	-104.1391	119.5391

Die Post Hoc Analyse mit Hilfe des Tukey HSD Tests ergibt, dass sich nur die Gruppen „keine Belohnung“ und „10 € Belohnung“ signifikant voneinander unterscheiden. Ansonsten liegen keine signifikanten Unterschiede vor. Zwischen den Gruppen „keine Belohnung“ und „20 € Belohnung“ ergibt sich ein statistischer Trend ( $p < 0,10$ ) oder anders ausgedrückt: ein „marginal signifikantes“ Ergebnis.

- e) Es wurden insgesamt 40 Personen erhoben. Bei einem Signifikanzniveau von 5% ist die Wahrscheinlichkeit, einen mittelgroßen Effekt von  $f = 0,25$  ( $\Omega^2 = 0,06$ ) zu finden, nur ca. 21%. Die Untersuchung hat nicht genügend Teststärke, um mittlere Effekte mit einer ausreichenden Wahrscheinlichkeit zu entdecken, falls sie existieren.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Aufgaben mit R und G\*Power

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

---

The screenshot displays the G\*Power software interface for calculating power. The 'Test family' is set to 'F tests' and the 'Statistical test' is 'ANOVA: Fixed effects, omnibus, one-way'. The 'Type of power analysis' is 'Post hoc: Compute achieved power - given  $\alpha$ , sample size, and effect size'. Under 'Input Parameters', the 'Determine =>' button is active, and the values are: Effect size f = 0.25,  $\alpha$  err prob = 0.05, Total sample size = 40, and Number of groups = 4. Under 'Output Parameters', the results are: Noncentrality parameter  $\lambda$  = 2.5000000, Critical F = 2.8662656, Numerator df = 3, Denominator df = 36, and Power (1 -  $\beta$  err prob) = 0.2122400. At the bottom, there are buttons for 'X-Y plot for a range of values' and 'Calculate'.

Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>	Effect size f	Noncentrality parameter $\lambda$	2.5000000
	$\alpha$ err prob	Critical F	2.8662656
	Total sample size	Numerator df	3
	Number of groups	Denominator df	36
		Power (1 - $\beta$ err prob)	0.2122400

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

## Literatur

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NY: Erlbaum.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.