

Kapitel 6: Zweifaktorielle Varianzanalyse

Berechnen der Teststärke a priori bzw. Stichprobenumfangsplanung	1
Teststärkebestimmung a posteriori	4
Berechnen der Effektgröße f aus empirischen Daten und Bestimmung der beobachteten Teststärke	5
Literatur	8

Berechnen der Teststärke a priori bzw. Stichprobenumfangsplanung

Nach dem Starten von G*Power müssen Sie zunächst unter Test family „ANOVA: Fixed effects, special, main effects and interactions“ auswählen. Sie erhalten folgendes Eingabefenster:

Als Konventionen für einen kleinen, mittleren und großen Effekt gelten weiterhin $f=0,10$, $f=0,25$ und $f=0,40$ (Cohen, 1988). Die Umrechnung in Ω^2 erfolgt nach der bekannten Formel:

$$\Phi^2 = \frac{\Omega^2}{1 - \Omega^2} \text{ bzw. } \Omega^2 = \frac{\Phi^2}{1 + \Phi^2}; \sqrt{\Phi^2} \text{ entspricht } f \text{ in G*Power}$$

Zur Veranschaulichung der Stichprobenumfangsplanung einer zweifaktoriellen Varianzanalyse ohne Messwiederholung soll das bekannte Beispiel des Einflusses der Verarbeitungsbedingung („strukturell“, „bildhaft“ und „emotional“) auf die Erinnerungsleistung dienen. Zusätzlich soll der Einfluss des Faktors „Geschlecht“ untersucht werden. Es liegt also eine 3 x 2 Varianzanalyse vor. Eine derartige Analyse unterscheidet drei Arten von Effekten: Den Haupteffekt der Verarbeitungsbedingung, den Haupteffekt des Geschlechts und die Wechselwirkung zwischen diesen beiden Faktoren. Für alle drei Effektarten müssen Sie eine separate Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

G*Power-Ergänzungen (R)

Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

Stichprobenumfangsplanung vornehmen, es sei denn ihre Hypothese bezieht sich nur auf eine bestimmte Effektart.

Wichtig für die Stichprobenumfangsplanung einer zweifaktoriellen Varianzanalyse sind die Freiheitsgrade der einzelnen Effektarten. In der allgemeinen Schreibweise hat der Faktor A p Stufen, der Faktor B q Stufen. So ergeben sich folgende Freiheitsgrade:

Zählerfreiheitsgrade:

$$\text{Haupteffekt A: } df_A = p - 1 \quad \rightarrow \text{ HE „Verarbeitungsbedingung“: } df = 3 - 1 = 2$$

$$\text{Haupteffekt B: } df_B = q - 1 \quad \rightarrow \text{ HE „Geschlecht“: } df = 2 - 1 = 1$$

$$\text{Wechselwirkung A} \times \text{B: } df_{A \times B} = (p - 1) \cdot (q - 1) \quad \rightarrow \text{ WW: } df = (3 - 1) \cdot (2 - 1) = 2$$

Nennerfreiheitsgrade:

$$df_{Res} = p \cdot q \cdot (n - 1)^1$$

Für die Stichprobenumfangsplanung legen wir einen mittleren Effekt als inhaltlich relevant fest ($f = 0,25$ bzw. $\Omega^2 = 0,06$). Das Signifikanzniveau beträgt 5%. Die Teststärke, einen mittleren Effekt zu entdecken falls er wirklich existiert, soll mindestens 80% betragen. Die Zählerfreiheitsgrade sind bei diesem Haupteffekt $df = 2$. Die Gruppenanzahl ist in diesem Fall 3 (Verarbeitungsbedingung) x 2 (Geschlecht) = 6.

The screenshot shows the G*Power software interface. The 'Test family' is set to 'F tests' and the 'Statistical test' is 'ANOVA: Fixed effects, special, main effects and interactions'. The 'Type of power analysis' is 'A priori: Compute required sample size - given alpha, power, and effect size'. The 'Input Parameters' section includes: 'Effect size f' (0.25), 'alpha err prob' (0.05), 'Power (1-beta err prob)' (0.80), 'Numerator df' (2), and 'Number of groups' (6). The 'Output Parameters' section includes: 'Noncentrality parameter lambda' (9.8750000), 'Critical F' (3.0555579), 'Denominator df' (152), 'Total sample size' (158), and 'Actual power' (0.8020390).

Um einen Effekt mittlerer Größe für den Haupteffekt Verarbeitungsbedingung mit seinen drei Stufen mit 80%iger Wahrscheinlichkeit zu finden, falls er existiert, sind mindestens 158 Versuchspersonen notwendig. Da diese Zahl nicht durch Sechs teilbar ist (der Anzahl Zellen im

¹ Anmerkung: Das kleine n bezeichnet hier die Anzahl der Versuchspersonen pro Bedingungskombination (auch „Zelle des Versuchsplans“ genannt).

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature

G*Power-Ergänzungen (R)

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

Versuchsplan), würde man in diesem Fall insgesamt mindestens 162 Personen erheben (27 pro Bedingungskombination).

Für den Haupteffekt Geschlecht mit zwei Stufen ($df_{\text{Zähler}} = 1$) ergibt sich ein benötigter Stichprobenumfang von $N = 128$ bzw. 132, um gleich viele Personen in jeder Zelle des Versuchsplans zu haben.

Input Parameters		Output Parameters		
Determine =>	Effect size f	0.25	Noncentrality parameter λ	8.0000000
	α err prob	0.05	Critical F	3.9188157
	Power ($1 - \beta$ err prob)	0.80	Denominator df	122
	Numerator df	1	Total sample size	128
	Number of groups	6	Actual power	0.8012613

Die Berechnung des optimalen Stichprobenumfangs für die Wechselwirkung kommt zu dem gleichen Ergebnis wie die für den Haupteffekt Verarbeitungsbedingung, da sich die Zählerfreiheitsgrade der beiden Effektarten entsprechen (siehe oben).

Sind alle drei Effektarten (Haupteffekt A, Haupteffekt B und Wechselwirkung A x B) für die inhaltliche Hypothese relevant, so sollte der größte errechnete Stichprobenumfang gewählt werden (hier: $N = 158$ bzw. 162). Ist allein der Geschlechtsunterschied von inhaltlichem Interesse, ist die für den Faktor Geschlecht errechnete Versuchspersonenzahl ausreichend.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature

Teststärkebestimmung a posteriori

Ist in einer Untersuchung ohne vorangegangene Stichprobenumfangsplanung ein nicht signifikantes Ergebnis aufgetreten, so ist eine Teststärkebestimmung a posteriori unerlässlich. Dafür wählen Sie in G*Power unter „Type of power analysis“ post hoc aus.

In den R Ergänzungen zu diesem Kapitel ergab sich für die Wechselwirkung der Faktoren Verarbeitungsbedingung und Geschlecht ein nicht signifikantes Ergebnis. Wie groß war die Teststärke für eine Wechselwirkung in dieser Untersuchung? An der Untersuchung haben insgesamt 150 Versuchspersonen teilgenommen. Das Signifikanzniveau war 5%. Die Zählerfreiheitsgrade der Wechselwirkung sind bei einer 3×2 ANOVA $df = 2$. Ein mittlerer Effekt von $f = 0,25$ ($\Omega^2 = 0,06$) gelte als inhaltlich relevant. Wie groß war die Wahrscheinlichkeit, einen Effekt dieser Größe zu finden, falls er wirklich existiert?

Input Parameters		Output Parameters	
Effect size f	0.25	Noncentrality parameter λ	9.3750000
α err prob	0.05	Critical F	3.0589280
Total sample size	150	Denominator df	144
Numerator df	2	Power ($1 - \beta$ err prob)	0.7793948
Number of groups	6		

Die Teststärke, einen mittleren Effekt der Wechselwirkung in dieser Untersuchung zu finden, betrug etwa 78%. Dies ist noch unter der empfohlenen Grenze für die minimal akzeptable Teststärke von 80%. Die Entscheidung, die Existenz eines mittleren Effekts auf Grund des vorliegenden Ergebnisses auszuschließen, ist also mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 22% falsch. Allerdings können Effektstärken von $f = 0,30$ oder größer bereits mit einer Sicherheit von über 90% ausgeschlossen werden. Große Effekt von $f = 0,40$ sind sogar mit über 99%iger Sicherheit nicht vorhanden (Bitte ausprobieren). Auf Grund der nicht signifikanten Wechselwirkung kann also mit über 90%iger Sicherheit die Aussage getroffen werden, dass Effekte der Größe $f = 0,30$ oder größer nicht existieren.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature

Berechnen der Effektgröße f aus empirischen Daten und Bestimmung der beobachteten Teststärke

Für die Berechnung der Effektgröße f mit Hilfe von G*Power gibt es zwei Möglichkeiten. Die erste Möglichkeit nutzt empirische Varianzen, die zweite basiert auf dem von R gelieferten Effektstärkenmaß Eta-Quadrat bzw. „partielltes Eta hoch zwei“ (Englisch: partial η^2 bzw. eta squared).

Für beide Wege ist es sinnvoll, sich den Output der Varianzanalyse und der Effektgröße, die mit der Funktion `etaSquared()` des Pakets `lsr` berechnet wurde, noch einmal zu verdeutlichen.

Anova Table (Type III tests)

Response: ges

	Sum Sq	Df	F value	Pr(>F)	
(Intercept)	12976.5	1	889.5790	< 0.00000000000000022	***
bed	583.1	2	19.9873	0.00000002185	***
sex	85.5	1	5.8607	0.01673	*
bed:sex	7.5	2	0.2576	0.77329	
Residuals	2100.6	144			

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

	eta.sq	eta.sq.part
bed	0.205166139	0.217283466
sex	0.030079616	0.039107805
bed:sex	0.002643839	0.003564516

In G*Power öffnet sich durch Klicken auf „Determine“ das Fenster, in dem man f sehr einfach berechnen kann. Standardmäßig ist die Option „From variances“ aktiviert. Als Effektvarianz trägt man den Wert ein, der bei dem entsprechenden Effekt im Output in der Spalte „Sum Sq“ steht. Für den Faktor Geschlecht ist dies der Wert 85,492. Weiterhin verlangt G*Power die Fehlervarianz, die kurz darunter im Output zu finden ist (2100,570). Nun können Sie auf „Calculate and transfer to main window“ klicken. Sie sehen, dass G*Power ein f von 0,20 ermittelt, was einem kleinen bis mittleren Effekt entspricht.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Frieze, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature

G*Power-Ergänzungen (R)

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

The screenshot shows the 'From variances' dialog box in G*Power. The 'From variances' radio button is selected. The 'Variance explained by special effect' is set to 85.492, and the 'Error variance' is set to 2100.570. The 'Direct' radio button is unselected. The 'Partial η^2 ' is set to 0.03910777. The 'Effect size f' is calculated as 0.201741. There are buttons for 'Calculate', 'Calculate and transfer to main window', and 'Close'.

Ein Klick auf „Calculate“ berechnet Ihnen die empirische Teststärke von nahezu 69%.

The screenshot shows the main window of G*Power. The 'Test family' is set to 'F tests' and the 'Statistical test' is 'ANOVA: Fixed effects, special, main effects and interactions'. The 'Type of power analysis' is 'Post hoc: Compute achieved power - given α , sample size, and effect size'. The 'Input Parameters' section includes: 'Effect size f' (0.2017410), ' α err prob' (0.05), 'Total sample size' (150), 'Numerator df' (1), and 'Number of groups' (6). The 'Output Parameters' section includes: 'Noncentrality parameter λ ' (6.1049147), 'Critical F' (3.9068490), 'Denominator df' (144), and 'Power (1- β err prob)' (0.6894726). A 'Determine =>' button is visible in the input parameters section.

Um f mit Hilfe des partiellen Eta-Quadrats zu berechnen, entnehmen wir den entsprechenden Wert dem R Output und tragen ihn bei G*Power ein. Für den Faktor Geschlecht ist dies im Beispiel 0,039, was zu einer fast identischen Schätzung von f führt wie der Weg über die Varianzen.

The screenshot shows the 'Direct' dialog box in G*Power. The 'Direct' radio button is selected. The 'Partial η^2 ' is set to 0.039. The 'Effect size f' is calculated as 0.2014515. There are buttons for 'Calculate', 'Calculate and transfer to main window', and 'Close'.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature

G*Power-Ergänzungen (R)

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

Diesen Wert kopieren wir in das Hauptfenster und berechnen die empirische Teststärke. Auch diese Berechnung führt natürlich zu einem nahezu identischen Ergebnis einer Teststärke von 69% wie beim zuerst gezeigten Weg über Varianzen.

The screenshot shows the G*Power software interface. At the top, the 'Test family' is set to 'F tests' and the 'Statistical test' is 'ANOVA: Fixed effects, special, main effects and interactions'. Below this, the 'Type of power analysis' is 'Post hoc: Compute achieved power - given α , sample size, and effect size'. The interface is divided into two main sections: 'Input Parameters' and 'Output Parameters'. In the 'Input Parameters' section, there is a 'Determine =>' button and several input fields: 'Effect size f' (0.2014515), ' α err prob' (0.05), 'Total sample size' (150), 'Numerator df' (1), and 'Number of groups' (6). The 'Output Parameters' section displays calculated values: 'Noncentrality parameter λ ' (6.0874060), 'Critical F' (3.9068490), 'Denominator df' (144), and 'Power (1 - β err prob)' (0.6882282).

Input Parameters		Output Parameters	
Determine =>	Effect size f	Noncentrality parameter λ	6.0874060
	α err prob	Critical F	3.9068490
	Total sample size	Denominator df	144
	Numerator df	Power (1 - β err prob)	0.6882282
	Number of groups		

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature

G*Power-Ergänzungen (R)

Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2* (5. Auflage). Heidelberg: Springer.

Literatur

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences*. Hillsdale, NY: Erlbaum.

Quelle: <https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergaenzungen>

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). *Quantitative Methoden. Band 2*, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

© Springer-Verlag GmbH Deutschland, ein Teil von Springer Nature