Kapitel 9: Verfahren für Nominaldaten

Eindimensionaler Chi²-Test

Der eindimensionale χ^2-Test wird dann herangezogen, wenn die Versuchspersonen einer Population anhand eines Merkmals mit zwei oder mehr Stufen klassifiziert werden. Er lässt sich mithilfe der Funktion `chisq.test()` ausführen. Erstellen Sie zunächst eine Häufigkeitstabelle der interessierenden Variable mit der Funktion `table()`. Wir entscheiden uns für die Variable Geschlecht („sex“) aus unserem Beispieldatensatz.

```
library(foreign)
beispiel <- read.spss("Beispieldatensatz.sav",
                      to.data.frame = TRUE)
sex <- table(beispiel$sex)
sex
```

Die Häufigkeitstabelle sieht folgendermaßen aus:

```
maennlich  weiblich
       52        98
```

Annahme der Gleichverteilung

Unter der Gleichverteilungsannahme (siehe Kap. 9.1.1) sollten die Häufigkeiten über alle Stufen des Merkmals hinweg gleich sein. Diese Auswahl ist voreingestellt, d. h., Sie geben in die Klammern von `chisq.test()` lediglich die gerade erstellte Häufigkeitstabelle ein.

```
chisq.test(sex)
```

Sie erhalten diesen Output:

```
     Chi-squared test for given probabilities

data:  sex
X-squared = 14.107, df = 1, p-value = 0.0001727
```

Die Tabelle enthält den angewandten Test, den errechneten Chi²-Wert, die dazugehörigen Freiheitsgrade sowie die Fehlerwahrscheinlichkeit α unter der Nullhypothese. In diesem Beispiel weichen die beobachteten Häufigkeiten signifikant von den erwarteten ab, die Nullhypothese der Gleichverteilung kann demnach verworfen werden. Die Stichprobe umfasst signifikant mehr Frauen als Männer (s. Häufigkeitstabelle).

Das Rechenbeispiel wurde ungerichtet getestet. Bei Chi²-Tests mit zwei Stufen ist jedoch auch gerichtetes Testen möglich, sofern eine klare Hypothese über die Richtung eines Unterschieds besteht. Eine Bildungsforscherin könnte z.B. annehmen, dass sich Frauen stärker für ein Studium der Psychologie interessieren als Männer. Die obige Abweichung kann unter dieser gerichteten Annahme auch einseitig überprüft werden, indem das Signifikanzniveau halbiert wird.

Nicht gleichverteilte Annahmen

Eine nicht gleichverteilte Annahme (siehe Kap. 9.1.1) ist dann gerechtfertigt, wenn man aufgrund theoretischer Überlegungen oder vorliegender Statistiken eine bestimmte Verteilung erwarten kann. Beispielsweise kann man in unserem Beispiel die statistische Durchschnittsverteilung von Frauen und Männern als Studierende der Psychologie zugrunde nehmen, die ungefähr bei 2:1 liegt. Frauen haben damit eine Auftretenswahrscheinlichkeit in der Population von 2/3, bei Männern liegt die Wahrscheinlichkeit bei 1/3.

Diese erwarteten relativen Häufigkeiten können in R direkt eingetragen werden. Spezifizieren Sie hierfür zusätzlich mit dem Argument `p` die zugehörigen erwarteten relativen Wahrscheinlichkeiten. Sie sehen in der oberen Häufigkeitstabelle, dass zuerst „maennlich“ und danach „weiblich“ aufgelistet wird, weil in unserem Beispiel „1“ für männlich und „2“ für weiblich steht. Das bedeutet, dass sich die erste Wahrscheinlichkeit auf „maennlich“ und die zweite auf „weiblich“ beziehen wird.

```
chisq.test(sex, p = c(1/3, 2/3))
```

Der zugehörige Output lautet:

```
	Chi-squared test for given probabilities

data:  sex
X-squared = 0.12, df = 1, p-value = 0.729
```

Wenn die statistische Grundwahrscheinlichkeit von Männern und Frauen als Psychologiestudierende zugrunde gelegt wird, finden wir, dass die beobachteten Werte nicht signifikant von den erwarteten abweichen. Der Vergleich beider Rechnungen zeigt, dass das Ergebnis eines Chi²-Tests stark von der zugrundeliegenden Verteilungsannahme abhängt und dass diese Annahmen immer explizit gemacht werden müssen, damit das Ergebnis angemessen interpretiert werden kann. Um a priori sinnvolle Annahmen über Verteilungen machen zu können, sind Vorerfahrungen mit dem Forschungsgebiet und/oder fundierte theoretische Kenntnis der Materie unerlässlich.

Der zweidimensionale Chi²-Test

Der zweidimensionale χ^2-Test (k×l-Test) aus Kapitel 9.2 stellt eine Erweiterung des eindimensionalen Tests um ein weiteres kategoriales Merkmal mit mindestens zwei Stufen dar. Der Versuchsplan hat die Form einer so genannten Kreuztabelle. Wie beim eindimensionalen Test können aufgrund einer Annahme über die theoretisch erwartete Verteilung die erwarteten Häufigkeiten der einzelnen Zellen ermittelt und mit den beobachteten Werten verglichen werden. Eine besonders häufig verwendete Form des zweidimensionalen χ^2-Tests ist der Test auf Unabhängigkeit der beiden Merkmale, auch Kontingenzanalyse genannt. Dieser Test ermöglicht eine Aussage darüber, ob die zwei betrachteten Merkmale in irgendeiner Form stochastisch zusammenhängen. Die Nullhypothese des Tests postuliert die stochastische Unabhängigkeit der beiden Merkmale. Die Alternativhypothese fordert einen irgendwie gearteten Zusammenhang zwischen den Stufen des einen Merkmals und den Stufen des anderen.

Wir können z.B. die versuchsplanerische Frage überprüfen, ob in unserem Datensatz das Geschlecht unabhängig von der Versuchsbedingung ist, ob also in jeder Bedingung das Geschlechterverhältnis gleich groß war. In R erhalten Sie die Kontingenzanalyse über die Funktion `CrossTable()` des Pakets `gmodels`. Die Variable „Geschlecht“ geben Sie zunächst als Zeilenvariable und danach die Variable „Verarbeitungsbedingung“ als Spaltenvariable ein. Zusätzlich spezifizieren wir folgende Argumente: `chisq = TRUE` für den χ^2-Test, `expected = TRUE` für die erwarteten Häufigkeiten und `format = "SPSS"` für einen Output im SPSS-Format. So erhalten Sie die empirischen Prozentwerte zeilenweise, spaltenweise und auch gesamt, was hilfreich ist. Die unter der Nullhypothese erwarteten Häufigkeiten in jeder Zelle errechnen sich über die Randhäufigkeiten (siehe Kapitel 9.2).

```
library(gmodels)
CrossTable(beispiel$sex, beispiel$bed,
           chisq = TRUE, expected = TRUE, format = "SPSS")
```

Das Effektstärkemaß Cramers Phi-Koeffizient bzw. Cramers Index (Kap. 9.2.3) erhalten Sie, wenn Sie die beiden Variablen „Geschlecht“ und „Verarbeitungsbedingung“ in die Funktion `CramerV()` bzw. `Phi()` des Pakets `DescTools` eingeben. Bei der Funktion `CramerV()` lässt sich zusätzlich ein Konfidenzlevel mit dem Argument `conf.level` angeben.

```
install.packages("DescTools")
library(DescTools)
CramerV(beispiel$sex, beispiel$bed, conf.level = 0.95)
Phi(beispiel$sex, beispiel$bed)
```

Sie erhalten den folgenden Output:

```
   Cell Contents
|-------------------------|
|                   Count |
|         Expected Values |
| Chi-square contribution |
|             Row Percent |
|          Column Percent |
|           Total Percent |
|-------------------------|

Total Observations in Table:  150

             | beispiel$bed
beispiel$sex | strukturell  |    bildhaft  |   emotional  |   Row Total |
-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
   maennlich |         16  |         15  |         21  |         52  |
             |     17.333  |     17.333  |     17.333  |             |
             |      0.103  |      0.314  |      0.776  |             |
             |     30.769% |     28.846% |     40.385% |     34.667% |
             |     32.000% |     30.000% |     42.000% |             |
             |     10.667% |     10.000% |     14.000% |             |
-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
    weiblich |         34  |         35  |         29  |         98  |
             |     32.667  |     32.667  |     32.667  |             |
             |      0.054  |      0.167  |      0.412  |             |
             |     34.694% |     35.714% |     29.592% |     65.333% |
             |     68.000% |     70.000% |     58.000% |             |
             |     22.667% |     23.333% |     19.333% |             |
-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
Column Total |         50  |         50  |         50  |        150  |
             |     33.333% |     33.333% |     33.333% |             |
-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|


Statistics for All Table Factors


Pearson's Chi-squared test
------------------------------------------------------------
Chi^2 =  1.824961     d.f. =  2     p =  0.401527
```

Quelle: https://lehrbuch-psychologie.springer.com/content/zu-den-spss-r-und-gpower-aufgaben-und-ergänzungen

Aus: Rasch, Friese, Hofmann & Naumann (2021). Quantitative Methoden. Band 2, 5. Auflage. Heidelberg: Springer.

```
      Minimum expected frequency: 17.33333
```

```
Cramer V    lwr.ci    upr.ci
0.1103014 0.0000000 0.2498006
```

```
[1] 0.1103014
```

In der Tabelle sehen Sie Angaben über die beobachteten und erwarteten Zell- und Randhäufigkeiten. Erwartete Zellhäufigkeiten sind das Produkt aus den jeweiligen Randhäufigkeiten, geteilt durch den Stichprobenumfang (siehe Kap. 9.2.1). Je nach Fragestellung können die prozentualen Anteile innerhalb der Merkmale oder auf die Gesamtheit der Teilnehmenden bezogen informativ sein.

Unter „Pearson's Chi-squared test" sehen Sie den Chi²-Testwert, dessen Freiheitsgrade und die Signifikanzbewertung. In unserem Beispiel kann die Nullhypothese „Es gibt keinen Zusammenhang zwischen Geschlecht und Versuchsbedingung" nicht verworfen werden, denn das Resultat ist weit von statistischer Signifikanz entfernt.

Im letzten Teil des Outputs schließlich sehen Sie Informationen zu Effektstärken. Phi und Cramers Index bzw. Cramer-V darf direkt als Korrelationsmaß zweier nominalskalierter Variablen interpretiert werden. Ihre Wertebereiche liegen zwischen 0 und 1, wobei 0 die stochastische Unabhängigkeit und 1 den perfekten Zusammenhang ausdrückt. Im vorliegenden Fall sind die beiden Werte identisch. Der Zusammenhang zwischen Geschlecht und Versuchsbedingung ist nahe an der stochastischen Unabhängigkeit und nicht signifikant von 0 verschieden.

Der im Buch zusätzlich vorgestellte Vierfelder-Chi²-Test (Kap. 9.3) ist eine Spezialform des hier allgemein besprochenen zweidimensionalen Chi²-Tests und resultiert mit obiger Prozedur immer dann, wenn beide nominalen Variablen jeweils zwei Stufen aufweisen. Deshalb ergeben sich keine prozeduralen Änderungen in der Durchführung mit R im Vergleich zum allgemeinen Fall des $k \times l$-Chi²-Tests.